La Teoria del Caos e le Scienze della Terra

Diego Perugini & Giampiero Poli

Dipartimento di Scienze della Terra, Università degli Studi di Perugia

(diegop@unipg.it, polig@unipg.it)

La Teoria del Caos

Molti ritengono che la scienza del ventesimo secolo sarà ricordata per lo sviluppo di tre teorie scientifiche principali: la meccanica quantistica, la relatività ed il caos. Tra queste la Teoria del Caos è una teoria che riguarda tutti gli aspetti della scienza e si rivela in tutte le discipline: Matematica, Fisica, Scienze della Terra, Cosmologia, Biologia, Finanza e perfino Musica.

Il termine "Teoria del Caos" è usato per descrivere una disciplina scientifica d'avanguardia i cui confini non sono stati ancora tracciati neppure in modo provvisorio. Il suo fulcro è lo studio dei "sistemi dinamici non lineari". Per una comprensione generale della Teoria del Caos, occorre quindi conoscere il significato di alcuni termini fondamentali: "sistema dinamico" e "non lineare".

Un "sistema dinamico" si compone di due parti fondamentali: le caratteristiche del suo stato, cioè le informazioni essenziali sul sistema (o dati), e la dinamica, una regola che descrive il suo stato nel tempo. Si consideri ad esempio un cumulo di pietre: il cumulo è un sistema che interagisce ed è basato sul modo in cui sono accatastate le pietre. Queste sono le informazioni essenziali sul sistema, i dati. Inoltre un sistema è caratterizzato dalle relazioni esistenti fra le parti che lo compongono. Se l'accatastamento iniziale delle pietre non è in equilibrio, l'interazione provoca il loro movimento fino a che il sistema raggiunge una condizione di stabilità. Al contrario, un mucchio di pietre che non si toccano non è un sistema perché l'interazione è talmente trascurabile che essa può essere considerata nulla. E' chiaro quindi che un sistema è dinamico solo quando entra in disequilibrio, cioè nel nostro esempio quando le pietre cominciano a rotolare. Un aspetto importante dei sistemi dinamici è che essi possono essere modellati, cioè è possibile trovare una regola che descriva il loro comportamento. Questo può essere fatto in due modi. Il primo consiste nel riprodurre analogicamente il comportamento del sistema originale per analizzarlo minuziosamente in tutti i suoi particolari. Tornando al cumulo di pietre dell'esempio, si potrebbero raccogliere un numero di pietre identiche al primo gruppo, accatastarle esattamente nello stesso modo e predire che esse si muoveranno esattamente come il primo cumulo. Il secondo modo per modellare il sistema consiste nel riprodurre matematicamente il mucchio di pietre e risolvere le equazioni che lo governano per fare previsioni sul suo comportamento.

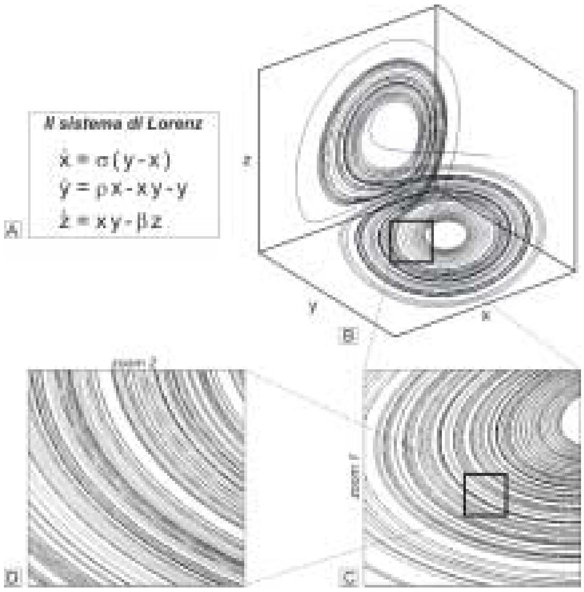
Per quello che riguarda le Scienze della Terra è piuttosto arduo modellare analogicamente molti processi geologici, sia per la loro durata temporale che per la quantità di parametri e le grandezze delle forze che li caratterizzano. In questa ottica, quindi, la modellistica matematica rappresenta la chiave per simulare e comprendere il comportamento della maggior parte dei sistemi geologici.

Avendo definito il significato di "sistema dinamico" si giunge al termine fondamentale della teoria del caos: "non lineare". Esso riguarda proprio il tipo di modello matematico usato per descrivere il sistema. Fino al recente sviluppo della Teoria del Caos, la maggior parte dei modelli matematici usati per spiegare gli eventi naturali erano di tipo lineare. In altre parole quando i modelli matematici erano riportati in forma grafica, i risultati rappresentavano delle linee rette. Questo era quanto suggeriva il metodo di Newton. I sistemi lineari sono facili da costruire e semplici da far funzionare e questo perché sono molto prevedibili.

La Terra è un sistema dinamico complesso e dissipativo (attriti e decadimenti avvengono ovunque), governato dal continuo flusso di energia proveniente dalle sue parti più interne e dal sole e composto da molti sistemi interagenti. Mentre l'energia si dissipa come calore irrecuperabile, altra energia viene costantemente fornita dalle sorgenti interne. Per capire come l'intero pianeta Terra organizza perdite e guadagni energetici non dobbiamo soltanto comprendere il funzionamento delle sue parti, ma anche il modo in cui queste interagiscono fra loro. La Terra è un sistema in cui le diverse componenti interagiscono in modo non lineare. Nel sistema dinamico Terra, le parti interagiscono in modo tale che spesso il cambiamento di una di esse può indurre forti cambiamenti in molte altre parti generando una cascata di processi non proporzionali al cambiamento originale. La non linearità del pianeta Terra implica che gli effetti provocati dalle risposte delle diverse componenti che lo costituiscono rispetto alla variazione di una di esse non siano paragonabili alla loro semplice sovrapposizione; infatti, la somma degli effetti induce nuovi effetti che a loro volta ne inducono altri e così via in relazione al grado di dipendenza delle componenti coinvolte. In parole più semplici, "il tutto è maggiore della somma delle singole parti".

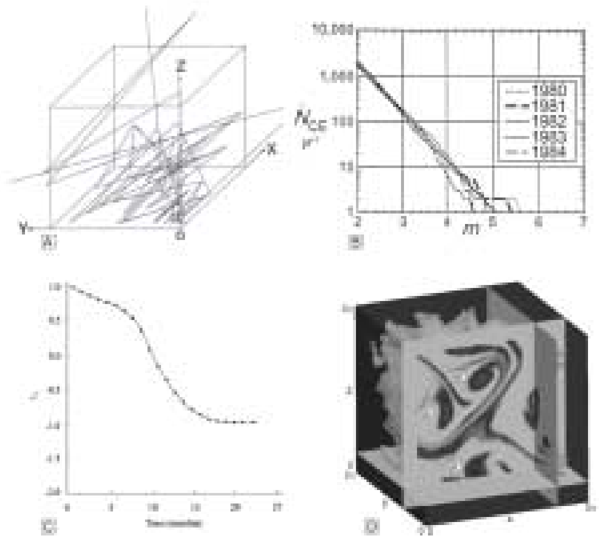
Anni di ricerca sui sistemi dinamici non-lineari permettono di affermare che le piccole cause, i piccoli disturbi sono realmente gli aspetti importanti dei sistemi dinamici. L'esempio del cumulo di pietre, che può assomigliare ad un sistema semplice, è realmente molto complesso. Se l'obiettivo fosse di predire la posizione finale di ogni singola pietra, allora si dovrebbero conoscere tutte le informazioni su ognuna di esse: la loro forma, il peso e la posizione iniziale esatta. Anche l'informazione a prima vista più trascurabile su una sola pietra potrebbe generare una cascata incontrollabile di eventi che negherebbero in brevissimo tempo ogni possibile previsione. Si è giunti ad un punto cruciale della teoria del caos: la sensibile dipendenza dalle condizioni iniziali.

La scoperta di questa fondamentale proprietà dei sistemi caotici viene storicamente associata al meteorologo E.N. Lorenz. Egli, nel 1963, partendo dalle equazioni del moto di un fluido in convezione, dopo alcune semplificazioni ottenne un sistema di equazioni dotato di tre soli gradi di libertà (fig. 1A).



Il sistema però si comportava in modo talmente aleatorio che non poteva essere caratterizzato adeguatamente da nessuno tipo di dinamica allora nota. Lorenz studiò il meccanismo fondamentale che dava luogo all’aleatorietà osservata e scoprì che perturbazioni microscopiche del suo sistema venivano amplificate fino ad interferire con il comportamento macroscopico. Due orbite corrispondenti a condizioni iniziali prossime divergevano con velocità esponenziale e quindi restavano vicine solo per breve tempo rendendo il sistema completamente imprevedibile. Anche se le traiettorie di orbite inizialmente vicine diventavano in breve tempo imprevedibili esse venivano attratte in una porzione di spazio ben definita e generavano una struttura geometrica che a prima vista sembra una farfalla con le ali spiegate (fig. 1B). La struttura geometrica che descrive il sistema di Lorenz venne chiamata “attrattore” di Lorenz e fu il primo esempio di attrattore caotico, o “attrattore strano”. Quindi il sistema di Lorenz è un sistema caotico perché ogni previsione sul suo comportamento è negata ma è anche un sistema deterministico nel senso che conosciamo l’origine da cui prende le mosse questa imprevedibilità, cioè l’attrattore. Si osservi meglio. Le “ali” dell’attrattore mostrano, ad ogni scala di osservazione lo stesso tipo di informazione (fig. 1C e D). Ingrandimenti successivi dell’attrattore mostrano sempre un groviglio di innumerevoli filamenti che si propagano a tutte le scale. Questa proprietà è nota come auto-somiglianza o invarianza di scala.

La presenza di invarianza di scala è un aspetto molto importante per un sistema caotico. Essa infatti può essere quantificata usando un vasto numero di tecniche messe a disposizione dalla geometria frattale (per una discussione generale si veda Poli e Perugini, 2001). La quantificazione delle proprietà frattali delle strutture prodotte da un sistema dinamico caotico ci aiuta a comprendere il sistema dinamico stesso e ci da informazioni preziose sulla possibilità di prevedere eventi che a prima vista sembravano del tutto imprevedibili.



Applicazioni della Teoria del Caos nelle Scienze della Terra

Negli ultimi anni si è verificata una vera e propria esplosione di articoli pubblicati sull’applicazione della Teoria del Caos in tutte le discipline delle Scienze della Terra. Di seguito vengono discussi alcuni esempi che si ritiene coprano adeguatamente i diversi tipi di possibili applicazioni.

Previsione delle Eruzioni Vulcaniche

Sornette et al. (1991) hanno utilizzato la Teoria del Caos per investigare la possibilità di prevedere le eruzioni vulcaniche. Gli autori, analizzando serie temporali di eruzioni vulcaniche (Piton de la Fournaise nell’isola di La Réunion e Mauna Loa e Kileuea nelle Hawaii) hanno tentato di ricostruire gli attrattori di questi sistemi vulcanici attraverso lo studio dello spazio delle fasi (fig. 2A). La quantificazione degli attrattori è stata eseguita calcolandone la dimensione frattale. La dimensione frattale dell’attrattore è una stima del numero di gradi di libertà che caratterizza il sistema: maggiore è la dimensione dell’attrattore, maggiore è il numero di gradi di libertà che governa il sistema, e di conseguenza più alto è il suo grado di imprevedibilità. I valori di dimensione frattale calcolati per i sistemi vulcanici indicano che questi ultimi sono caratterizzati da pochi gradi di libertà e quindi possono essere ritenuti governati da dinamiche di tipo caotico. Questi risultati indicano che anche sistemi apparentemente complessi come quelli vulcanici possono esibire elevati gradi di regolarità se studiati in modo appropriato con le tecniche messe a disposizione dalla Teoria del Caos. Il riconoscimento dell'impronta del Caos nei sistemi vulcanici può essere di fondamentale importanza per determinare i tempi di ritorno di eruzione vulcaniche che al contrario di quanto generalmente si ritiene non sono "casuali" ma "caotici", cioè caratterizzati da dinamiche aventi gradi di prevedibilità ben precisi.

Sismicità

Uno dei maggiori contributi allo studio dei fenomeni sismici utilizzando le tecniche messe a disposizione della Teoria del Caos è stato dato da Turcotte, il quale ha evidenziato come esista un comportamento di autoadattamento universale dei sistemi tettonici durante gli eventi sismici. I fenomeni sismici vengono interpretati come sistemi dinamici che, partendo da minime variazioni iniziali, evolvono nel tempo fino al punto in cui il comportamento del sistema viene amplificato in modo non lineare generando evoluzioni improvvise e non prevedibili. Il comportamento di semplici sistemi dinamici caotici (per es. lo "slider-blocks model"; Turcotte, 1999) mostra un gran numero di punti di convergenza con il comportamento dinamico degli eventi sismici. Questa forte somiglianza fra i sistemi naturali e simulati suggerisce che i movimenti tettonici e gli associati fenomeni sismici evolvono nel tempo con distribuzioni di probabilità ad invarianza di scala, cioè frattali (fig. 2B). Viene mostrato che la relazione di Guttenberg–Richter ha una distribuzione di probabilità di tipo frattale che può essere il risultato delle dinamiche caotiche che governano i sistemi di faglie da cui i sismi scaturiscono. Turcotte (1999) suggerisce che l'utilizzo di modelli che tengano in considerazione sia l'invarianza di scala degli eventi sismici che la loro propagazione non lineare nel tempo potrebbe essere un possibile metodo per determinare il livello di accuratezza raggiungibile nella previsione degli eventi sismici partendo dai loro segnali precursori.

Evoluzione di Versanti in Frana

Qin et al. (2002) propongono l'utilizzo di sistemi dinamici caotici per modellare l'evoluzione di versanti in frana. I metodi che vengono utilizzati per questo scopo consistono nel calcolo dell'esponente di Lyapunov, un parametro strettamente in relazione al grado di caoticità di un sistema. In particolare, il valore dell'esponente di Lyapunov cresce al crescere del grado di caoticità del sistema (fig. 2C). Viene evidenziato che all'interno di uno stesso sistema geologico possono verificarsi diversi tipi di comportamenti aventi diverso grado di prevedibilità. In particolare uno stesso sistema geologico può mostrare un comportamento da periodico a caotico fino a completamente deterministico. Quindi, l'utilizzo di modelli esclusivamente deterministici può non essere sufficiente per lo studio dell'evoluzione temporale di un versante in frana in quanto, al passare del tempo, il sistema può evolvere velocemente verso stati periodici e caotici. L'introduzione all'interno dei modelli di previsione del carattere estremamente variabile del processo (ad esempio utilizzando gli esponenti di Lyapunov) fornisce le basi per una migliore modellazione del processo geologico e per lo sviluppo di una migliore teoria di previsione dell'evoluzione dei versanti in frana.

Processi di Interazione fra Magmi

Partendo dall'analisi di strutture di interazione magmatica in ambiente vulcanico Poli e Perugini (2002) e Perugini et al. (2002) evidenziano che due principali tipi di regioni dinamiche coesistono all'interno dello stesso sistema dalla scala metrica quella micrometrica e costituiscono domini ad invarianza di scala i quali obbediscono a distribuzioni di probabilità di tipo frattale. Il primo tipo di regioni, definite Regioni Attive di Mescolamento, è costituito da strutture a filamenti generate dall'intima dispersione dei magmi (fig. 2D). Il secondo tipo, definite Regioni Coerenti, è invece caratterizzato da porzioni di magma di forma globulare che non mostrano estesi processi di dispersione e che coesistono con le Regioni Attive di Mescolamento (fig. 2D).

Le strutture di mescolamento magmatico sono state analizzate utilizzando le tecniche messe a disposizione dalla Teoria del Caos. I risultati hanno mostrato che, non solo i processi di mescolamento fra magmi sono di tipo caotico, ma che è anche possibile discriminare il diverso grado di caoticità di strutture di mescolamento presenti in diversi flussi lavici.

L'invarianza di scala delle strutture di mescolamento ha permesso l'utilizzo di tecniche analitiche messe a disposizione dalla geometria frattale tramite le quali è possibile quantificare sia il grado di mescolamento meccanico ("mingling") che quello chimico ("mixing") subito dalle masse magmatiche e di discriminare fra diversi regimi dinamici del processo (Perugini, 2001).

Da quanto presentato emerge che i sistemi dinamici caotici e i frattali permeano costantemente l'evoluzione dei sistemi geologici molti dei quali evolvono secondo una cascata non-lineare di eventi, che partendo dalla microscala vengono amplificati come in una sorta di progressione per risonanza determinando il comportamento di tali sistemi alla macroscala. Quindi, le dinamiche caotiche ed i frattali sono rispettivamente processi e strutture "universali" la cui propagazione nello spazio e nel tempo gestisce l'evoluzione di sistemi complessi come sono i processi geologici.

Definire un processo geologico come governato da dinamiche "universali" richiede alcune riflessioni. Il rischio che si corre da un'analisi superficiale di queste considerazioni è quello di cadere nella trappola “popperiana” della non falsificabilità di una teoria scientifica data la sua capacità di spiegare ogni cosa. Il punto di vista che viene adottato in questa sede è profondamente diverso e si basa sulla definizione di ciò che viene definito “grado di adeguatezza empirica” di una teoria scientifica. Con questi termini si intende la quantità di fenomeni che si possono spiegare utilizzando una determinata base teorica.

La Teoria del Caos ha la capacità di spiegare un’elevata quantità di fenomeni geologici. Da questo punto di vista essa è una teoria ad elevato “grado di adeguatezza empirica” in grado di fornire una base teorica solida a molti processi geologici.

La non falsificabilità di una teoria scientifica non nasce dal suo “grado di adeguatezza empirica”, ma dal suo livello di “assiomaticità”, cioè da quante proposizioni non dimostrabili, che si ritengono avere il massimo grado di “verità”, vengono assunte “ab initio”. Basare una teoria scientifica su teorie precedentemente accettate come assolutamente vere (“assiomi”) non può che generare “indecidibilità”. Questo è quanto dimostrato dal teorema di Gödel, che ha fatto crollare il sogno di Hilbert di dimostrare la coerenza della matematica partendo da un insieme finito di assiomi.

Avere a disposizioni teorie e tecniche in grado di conciliare tutti i dati a disposizione non vuol dire trovare compromessi più o meno soddisfacenti, ma al contrario significa tentare di ricostruire un mosaico partendo da tante tessere inizialmente ammassate senza un ordine predefinito che devono essere ordinate ognuna al proprio posto.

Considerare nella ricostruzione del mosaico i concetti della Teoria del Caos permette di non determinare a priori il modo in cui le tessere possono essere posizionate. Questo è un punto fondamentale; infatti la Teoria del Caos ci informa che non è possibile conoscere con precisione infinita tutte le condizioni iniziali di un sistema dinamico. Non è utile ignorare questi risultati nello studio dei processi geologici, in quanto si potrebbe beneficiare di concetti e di tecniche molto potenti per affrontare in modo diretto una Natura che di certo non soggiace al carico deterministico che le è stato a forza assegnato.

La Teoria del Caos non pone limiti ad una Natura che può finalmente sbarazzarsi di questo fardello deterministico e dare sfogo a tutta la sua creatività, modulando su una base teorica universale tutti i suoi casi particolari piuttosto che ripetersi continuamente con schemi predeterminati e prevedibili.

La materia si organizza secondo leggi e principi di complessità, e acquisisce proprietà che non possono essere dedotte dallo studio delle sue componenti. Il riduzionismo è davvero finito. La libertà ritrovata della Natura getta nuova luce sull’annosa dicotomia fra le leggi fisiche indipendenti dal tempo, eterne e immutabili, e il mondo temporale, mutevole e contingente: la Natura è nel tempo poiché può innovare e creare intorno a leggi al di fuori del tempo.

Bibliografia

Lorenz E. (1963) - Deterministic non-periodic flow, J. Atmos. Sci., 20, 130-141.

Perugini D. (2002) – Caos, frattali e dinamiche non lineari nei processi di interazione fra magmi, Tesi di Dottorato, Dipartimento di Scienze della Terra, Università degli Studi di Perugia, 369 pp.

Perugini D., Poli G. & Gatta G. (2002) - Analysis and Simulation of Magma Mixing Processes in 3D, sottomesso per la pubblicazione sulla rivista Lithos, volume speciale "Non-Linear and Chaotic Dynamics in Petrology", Poli G. & Perugini D. (Eds.).

Poli G. & Perugini D. (2001) - La Geometria Frattale e le Scienze della Terra, GEOITALIA, 7

Poli G. & Perugini D. (2002) - Strange Attractors in Magmas, sottomesso per la pubblicazione sulla rivista Lithos, volume speciale "Non-Linear and Chaotic Dynamics in Petrology", Poli G. & Perugini D. (Eds.).

Qin S., Jiao J.J. & Wang S. (2002) - A nonlinear dynamical model of landslide evolution, Geomorphology, 43, 77– 85.

Sornette A., Dubois J., Cheminee J.L. & Sornette D. (1991) - Are sequences of volcanic eruptions deterministically chaotic? J. Geophys. Res., 96, B7, 11931-11945.

Turcotte D.L. (1999) - Seismicity and self-organized criticality, Phys. Earth Planet. Int., 111, 275–293.

Didascalie delle figure

Figura 1: A) Equazioni di base che rappresentano il sistema dinamico di Lorenz (1963); B) attrattore caotico di Lorenz; C) e D) ingrandimenti successivi dell'attrattore caotico di Lorenz.

Figura 2: A) Attrattore caotico delle eruzioni vulcaniche del vulcano Piton de la Fournaise (Sornette et al., 1991); B) numero cumulativo di terremoti (N_{ce}) verificatisi nella Carolina del Sud dal 1980 al 1984 con magnitudo maggiore di *m*, in funzione di *m* (Turcotte, 1999); C) variazione dell'esponente di Lyapunov ($_1$) durante l'evoluzione di un versante in frana al passare del tempo (Qin et al., 2002); simulazione tridimensionale di un processo di mescolamento fra magmi che mostra la coesistenza all'interno dello stesso sistema di Regioni Coerenti globulari (indicate dalle frecce bianche) e di Regioni Attive di Mescolamento (strutture a filamenti; Perugini et al., 2002).