

**Corso di laurea specialistica in Fisica Computazionale  
Università di Udine, Anno Accademico 2003–2004  
Esame di Meteorologia Computazionale – Modulo II  
Considerazioni sul profilo verticale dell’atmosfera**

**Agostino Manzato**

ARPA – Agenzia Regionale per la Protezione dell’Ambiente del FVG,  
settore OSMER – Osservatorio Meteorologico Regionale, Visco (UD), Italy

**Indice**

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Grandezze termodinamiche</b>	<b>2</b>
2.1	Le grandezze termodinamiche usate per descrivere l’aria . . . . .	2
2.2	Esempi di calcolo delle grandezze termodinamiche . . . . .	8
<b>3</b>	<b>I processi adiabatici</b>	<b>10</b>
3.1	Adiabatica secca . . . . .	10
3.2	Adiabatica umida . . . . .	12
3.3	Adiabatica satura . . . . .	13
3.4	Esempi di calcolo dei processi adiabatici . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Il profilo verticale dell’atmosfera</b>	<b>22</b>
4.1	Composizione della troposfera . . . . .	22
4.2	Diagrammi termodinamici . . . . .	24
4.3	Alcuni esempi . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Instabilità atmosferica</b>	<b>34</b>
5.1	Instabilità statica . . . . .	34
5.2	Instabilità potenziale . . . . .	35
5.3	Valutazione numerica dell’instabilità potenziale . . . . .	36
5.4	Cenni sulla formazione dei temporali . . . . .	41
<b>6</b>	<b>Analisi statistica degli indici d’instabilità</b>	<b>42</b>
6.1	I casi di temporale in Friuli Venezia Giulia . . . . .	42
6.2	Metodologia statistica . . . . .	43
6.3	Alcuni esempi . . . . .	46
<b>7</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>51</b>
<b>8</b>	<b>Appendice sul sollevamento orografico</b>	<b>54</b>

## 1 Introduzione

Questi brevi appunti rappresentano il secondo modulo di un corso di Meteorologia Computazionale tenuto presso l'Università di Udine da personale dell'OSMER (ARPA FVG). Il modulo precedente è propedeutico a questo e quindi verrà data per scontata la familiarità dello studente con le grandezze fondamentali della meteorologia e con il bilancio energetico Terra-Sole (modulo I). L'ultimo capitolo (sesto) non farà parte del programma di quest'anno e viene incluso solo per completezza. Lo scopo di questi appunti è quello di rendere familiari i processi termodinamici che avvengono nella troposfera, con particolare riguardo ai moti convettivi (sollevamento adiabatico) e al concetto d'instabilità atmosferica, che sono alla base della formazione dei temporali. L'approfondimento di questi concetti verrà fatto attraverso l'analisi dei "dati in quota", ovvero delle misure effettuate tramite radiosondaggio.

## 2 Grandezze termodinamiche

### 2.1 Le grandezze termodinamiche usate per descrivere l'aria

Elenchiamo alcune grandezze fondamentali e convenzioni usate in questi appunti:  
 $p$  = pressione totale dell'aria in hPa (=1 mb = 100 N/m<sup>2</sup> =  $\frac{1}{1013.25}$  atm =  $\frac{760}{1013.25}$  mm Hg).

$e$  = pressione parziale del vapor d'acqua in hPa.

$T$  = temperatura dell'aria in gradi Celsius (=  $T + 273.15$ , in Kelvin).

$R_d = 286.99$  J/(kg·K) = costante del gas aria secca

$R_v = R_d/0.62198 = 461.4$  J/(kg·K) = costante del vapor d'acqua.

Si considera l'aria come una miscela di vapor d'acqua (identificando le sue proprietà col pedice  $v$ ) e di un gas perfetto (chiamato *aria secca* e identificato dal pedice  $d$ , che sta per dry), la cui pressione parziale è  $p_d = p - e$ . L'aria secca è composta all'incirca dal 78% di Azoto ( $N_2$ ), dal 21% di ossigeno ( $O_2$ ) e dallo 0.9% di Argon ( $Ar$ ). È proprio la costanza del rapporto volumetrico tra questi gas che ci permette di definire un'unica costante  $R_d$  per la miscela "aria secca".

Invece la concentrazione di vapor acqueo è *variabile* tra 0 e 4%. Nonostante il vapor d'acqua sia un gas "raro" nell'atmosfera è proprio la sua presenza (e quella dei suoi passaggi di stato) a governare i processi fisici studiati in meteorologia.

L'equazione del gas perfetto è:  $pV = n\mathcal{R}T$ , dove  $n$  è il numero di moli e  $\mathcal{R}$  è la *costante universale dei gas*, 8.31 J/(mol K). In genere si preferisce usare la costante  $R$  tipica di ogni gas, ottenuta dividendo  $\mathcal{R}$  per la massa di una mole di quel gas. Così facendo si ottiene come terza variabile di stato la densità,  $\rho$ , misurata in [kg/m<sup>3</sup>], invece del volume, cioè:  $p = \rho RT$ . Per l'aria secca e per il vapor d'acqua diventa:

$$\rho_d = \frac{p - e}{R_d \cdot T}, \quad \rho_v = \frac{e}{R_v \cdot T} \quad [kg/m^3] \quad (1)$$

Mentre due delle tre variabili di stato  $p$ ,  $T$  e  $\rho$  sono sufficienti per descrivere un gas perfetto come l'aria secca, per descrivere la miscela con cui si rappresenta l'atmosfera è necessario introdurre una terza variabile, che tenga conto di quanto vapor

d'acqua è presente nell'aria. Per quantificare questo rapporto la grandezza più utile è il *rapporto di mescolanza*  $q$  (mixing ratio), misurato in [g/kg] e così definito:

$$q = 1000 \cdot \frac{\rho_v}{\rho_d} = 1000 \cdot \frac{R_d}{R_v} \cdot \frac{e}{p-e} \cong 621.98 \cdot \frac{e}{p-e} \quad [\text{g/kg}] \quad (2)$$

Si usa il coefficiente moltiplicativo 1000 per comodità, in quanto la percentuale di vapor acqueo in atmosfera varia tra soli 1 e 20 grammi per ogni chilo di aria secca. Una grandezza simile al rapporto di mescolanza è l'umidità specifica, che si ottiene dividendo per la densità totale,  $\rho = \rho_d + \rho_v$ , invece che per quella dell'aria secca:

$$q_{sp} = \frac{\rho_v}{\rho_d + \rho_v} = \frac{q}{1+q} \cong \frac{0.622e}{p-0.378e} \cong 0.622 \cdot \frac{e}{p} \quad [\text{kg/kg}] \quad (3)$$

I passaggi di stato dell'acqua sono normalmente rappresentati sul diagramma di stato  $e-T$  (vedi figura 1), in cui la curva del *vapor saturo*  $e_{sat}(T)$  divide la fase gassosa (alla sua destra) da quella liquida (a sinistra). La pressione di vapor saturo rappresenta la massima quantità di vapor d'acqua che l'aria può contenere alla temperatura  $T$ , senza quindi avere condensazione.

In realtà l'atmosfera è un "laboratorio" molto complesso e sono possibili pressioni di vapore  $e$  superiori alla pressione di vapor saturo  $e_{sat}$  fino ad un massimo di 1.02 volte. Si dice in tal caso che c'è una *supersaturazione* del 2%. Questo fenomeno non verrà considerato in questi brevi appunti.

Un fenomeno per qualche verso analogo è invece quello dell'acqua *sovraffusa* (supercooled water) in cui l'acqua rimane nella fase liquida invece che in quella solida (ghiaccio) anche a temperature inferiori al punto triplo (0°C). Questo è in realtà un fenomeno molto diffuso, come testimoniato dalla presenza di nubi (goccioline di acqua liquida del diametro minore di 0.1 mm) anche a temperature molto inferiori allo zero termico. Infatti il "ghiacciamento spontaneo" avviene solo sotto i -40°C.

Una semplice approssimazione della pressione di vapor saturo *rispetto all'acqua liquida* è data dalla seguente formula:

$$e_{sat}(T) = 6.1078 \cdot e^{\frac{19.8 \cdot T}{T+273}} \quad (4)$$

dove  $T$  viene espressa in °C ed  $e_{sat}$  in hPa.

Una formula molto più complessa, ma più precisa è quella di Buck (1981):

$$e_{sat}^{liq}(T) = 10^{23.832241 - 5.02808 \cdot \log T - 1.3816 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{(11.334 - 0.0303998 \cdot T)} + 8.1328 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{(3.49149 - \frac{1302.8844}{T}) - \frac{2949.076}{T}} \quad (5)$$

La pressione di vapor saturo *rispetto all'acqua congelata* (ghiaccio) è abbastanza diversa, e si può approssimare con la seguente formula:

$$e_{sat}^{ice}(T) = 10^{[3.56654 \cdot \log_{10}(T) - 0.0032098 \cdot T - \frac{2484.956}{T} + 2.0702294]} \quad (6)$$

La massima differenza tra le due curve si ha intorno ai -15°C, ove il vapor saturo rispetto al ghiaccio è inferiore di quello rispetto all'acqua liquida di circa 0.26 hPa.

Nonostante questa differenza possa sembrare irrisoria, è proprio la diversità della pressione di vapor saturo sul ghiaccio a permettere molti dei fenomeni meteorologici più importanti, come la neve. La saturazione sul ghiaccio inferiore a quella sull'acqua liquida permette al vapore di non condensare sotto lo zero termico sulle goccioline di acqua sovrassatura, perché non ancora saturo, ma invece di depositarsi (processo inverso alla sublimazione) non appena incontra dei cristalli di ghiaccio, rispetto ai quali è già saturo. Se infatti il vapore diventasse saturo sull'acqua liquida sarebbe già supersaturo del 17% sul ghiaccio.

Un simile meccanismo è previsto nella formazione della precipitazione secondo lo schema "freddo" di Wegener, Bergeron e Findeisen (opposto alla teoria della *coalescenza* delle gocce di nube per formare la goccia di pioggia), secondo il quale le particelle d'acqua sovrassatura dovrebbero evaporare, perché non sature, mentre il vapore dovrebbe depositarsi sul ghiaccio, che, precipitando, si scioglie in pioggia.

Usando la pressione di vapor saturo si può definire anche il rapporto di mescolanza saturo, che rappresenta il massimo rapporto di mescolanza raggiungibile dall'aria alla temperatura  $T$  e alla pressione  $p$  fissate:

$$q_{sat}(T, p) = 621.98 \cdot \frac{e_{sat}(T)}{p - e_{sat}(T)} \quad [g/kg] \quad (7)$$

Da notare che se si fissa la pressione totale  $p$  (es. a 1000 hPa), ovvero nell'ipotesi che si rimanga alla stessa quota e che il campo barico sinottico non cambi, allora la curva  $e_{sat}(T)$  descrive esattamente l'andamento del massimo rapporto di mescolanza  $q_{sat}(T, p)$ , per cui possiamo farci un'idea numerica della massima quantità d'acqua che l'aria può contenere sotto forma di vapore. Si vede in tal caso che a 0 °C ci stanno al massimo 4 g/kg, a 20 °C ce ne stanno 15 g/kg e infine a 30 °C si arriva quasi a 30 g/kg.

Un'altra variabile comunemente molto usata per rappresentare il contenuto d'acqua nell'aria è l'*umidità relativa* espressa in percentuale:

$$rh = 100 \cdot \frac{q}{q_{sat}(T, p)} = 100 \cdot \frac{e [p - e_{sat}(T)]}{[p - e] e_{sat}(T)} \cong 100 \cdot \frac{e}{e_{sat}(T)} \quad [%] \quad (8)$$

Di solito questa grandezza è la più usata, in quanto la più facilmente misurabile, esistendo molti strumenti sensibili proprio alla umidità relativa piuttosto che a quella assoluta. Inoltre anche l'uomo è più sensibile a quanta acqua manca per raggiungere la saturazione (sensazione di *afa*) che non al valore assoluto di acqua presente nell'aria.

Infine l'ultima grandezza utilizzata per valutare la quantità di vapor acqueo è la *temperatura di rugiada*  $T_d$  (dew-point) che è quella temperatura alla quale l'aria diventerebbe satura alla sua data pressione parziale  $e$ , cioè tale che:  $e = e_{sat}(T_d)$ . Viceversa si può definire  $T_d$  come quella temperatura alla quale bisogna raffreddare l'aria, mantenendo costante sia la pressione  $p$  che il contenuto d'acqua  $q$ , per giungere alla condensazione. Il significato del suo nome è legato al fatto che quando una superficie, come una foglia o meglio uno specchio disteso sul suolo, si raffredda per

radiazione durante la notte fino alla temperatura di rugiada dell'aria circostante (più calda) allora il vapore presente nell'aria condensa su quella superficie sotto forma di gocce di rugiada. Se poi la temperatura di rugiada è inferiore allo zero termico si forma la *brina*.

Molto usata in meteorologia è anche la differenza tra  $T - T_d$  (dew-point depression) che indica “in gradi” quanto siamo lontani dalla saturazione.

Riportiamo ora dei grafici che illustrano con esempi concreti quanto descritto finora solo con le formule.

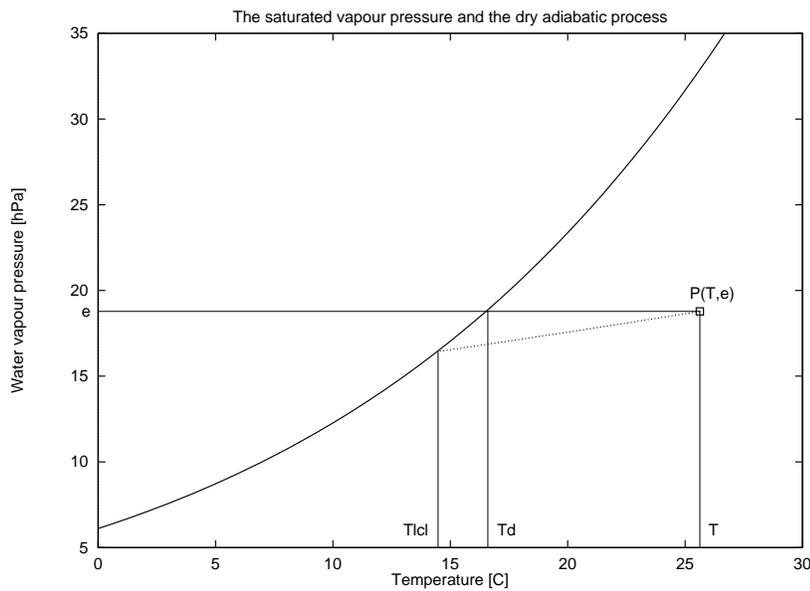


Figura 1: La curva continua indica la pressione di vapor saturo  $e_{sat}(T)$ . Una particella con valori iniziali  $T=26.5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_d=16.7^{\circ}\text{C}$  e  $p=988.6\text{ hPa}$  (che danno  $q=12.2\text{ g/kg}$  e  $rh=55\%$ ), viene sollevata lungo un'adiabatica secca (linea tratteggiata) fino alla saturazione ( $T = T_{LCL}$ ).

Nella figura 1 è possibile vedere la curva del vapor saturo dell'acqua tra 0 e 27 °C, con un punto che rappresenta l'aria alle ore 12 UTC del 28 giugno 1998 a 263 m sopra Campofornido (UD), ovvero a 357 m sul livello del mare. Si nota pure come la temperatura di rugiada corrispondente sia semplicemente data dall'intersezione tra la pressione di vapor saturo  $e_{sat}$  e l'attuale pressione parziale  $e$  dell'aria.

Sullo stesso diagramma è anche riportato il processo adiabatico secco (che descriveremo più avanti) che porta il punto iniziale a raggiungere la saturazione.

Nella figura 2 viene riportata la serie temporale di alcune misure al suolo, fatte durante una notte d'inverno. La quantità d'acqua contenuta nell'aria è rappresentata tramite l'umidità relativa, il rapporto di mescolanza e la temperatura di rugiada. È interessante notare come l'umidità relativa passi dal 50 al 100% con una variazione di contenuto d'acqua assoluto di circa 1 g/kg, a causa del forte calo di temperatura  $T$ .

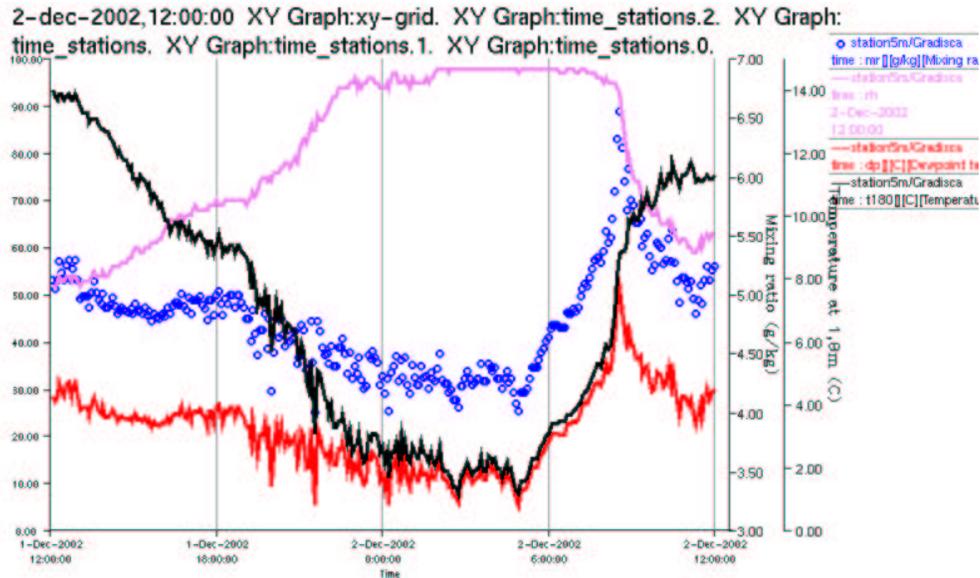


Figura 2: Serie temporale dei dati rilevati ogni 5 minuti dalla stazione di Gradisca (GO) durante la notte tra 2 e 3 dicembre 2002. La curva più in alto è l'umidità relativa (con scala a sinistra), quella sottostante è la temperatura (seconda scala a destra), mentre la più bassa è la temperatura di rugiada. Rappresentato con i pallini è infine il rapporto di mescolanza (prima scala a destra), che ha un andamento simile alla temperatura di rugiada, in quanto la pressione dell'aria non cambia significativamente. I sensori sono posti all'altezza di 1.8 m dal suolo.

L'andamento simile di  $T_d$  e  $q$  si può spiegare in base al fatto che, in prima approssimazione, possiamo trascurare  $e$  rispetto a  $p$ , cioè  $q \cong \frac{0.622e}{p}$ , ma sappiamo che  $e = e_{sat}(T_d) \cong 6 \cdot e^{\frac{T_d}{14}} \cong 6[1 + \frac{T_d}{14} + O(T_d^2)]$ , fermandoci al primo ordine dello sviluppo in serie  $q \cong \frac{0.6}{p}(6 + \frac{3}{7}T_d)$  e, nell'approssimazione di  $p$  costante, si ha che  $q \propto T_d$ . Se, oltre a considerare costante  $p$ , aggiungiamo l'ipotesi che il rapporto di mescolanza non cambi (ad es. non ci sono avvezioni d'umidità e c'è una bassa ventilazione) sappiamo che  $T_d$  tenderà a rimanere costante e possiamo concludere che, se la temperatura minima prevista per la notte sarà inferiore alla temperatura di rugiada misurata la sera, allora l'aria raggiungerà la saturazione e potrebbe formarsi il fenomeno della *nebbia*.

Al termine di questa prima parte dedicata alle grandezze meteorologiche utilizzate per descrivere il contenuto d'acqua nell'aria riportiamo per completezza la definizione di *temperatura virtuale*. Quando considereremo l'instabilità atmosferica diventerà importante valutare la spinta di Archimede di un volume d'aria "diversa" rispetto all'ambiente in cui è immerso, ovvero la sua *galleggiabilità* (buoyancy). Per far questo si studia la differenza tra le densità medie dei due mezzi, chiamate rispettivamente  $\rho_p$  (dove  $p$  sta per "parcel") e  $\rho_e$  (che indica "environment"). Nel caso di aria secca la differenza di densità corrisponde esattamente alla differen-

za dell'inverso delle temperature (se, per ipotesi, le pressioni sono uguali), poiché la costante del gas è in entrambi i casi  $R_d$ . Se invece l'ambiente e la particella contengono del vapor d'acqua allora le cose si complicano. Sappiamo che per tale miscela  $\rho = \rho_d + \rho_v = \rho_d(1 + q)$  e quindi possiamo scrivere:

$$p = p_d + e = \rho_d R_d T + \rho_v R_v T = \rho_d R_d \left(1 + q \frac{R_v}{R_d}\right) T = \frac{\rho}{(1 + q)} R_d \left(1 + q \frac{R_v}{R_d}\right) T = \rho R_d T_v \quad (9)$$

dove abbiamo definito la temperatura virtuale  $T_v = T \cdot \frac{1 + q \frac{R_v}{R_d}}{1 + q} \cong T \cdot (1 + 0.6q)$ , che ci permette di trattare l'aria "umida" sempre utilizzando la costante dell'aria secca. Ovviamente in queste formule il rapporto di mescolanza  $q$  va espresso come numero puro e non in g/kg. Se a questo punto consideriamo sia l'ambiente che la particella studiate fatte di aria umida (con diversi rapporti di mescolanza), allora la spinta di Archimede sarà data dalla differenza tra le loro temperature virtuali.

Consideriamo infine il caso più complesso in cui nella particella si raggiunga la saturazione e parte del vapore cominci a condensare. Chiamiamo  $\rho_l$  la densità dell'acqua liquida nel volume occupato dalla particella e  $q_l = \rho_l / \rho_d$  il rapporto di mescolanza del liquido condensato.

Per questa particella vale la legge dei gas perfetti  $p = \rho RT$ , ma non conosciamo  $R$ . Sappiamo però che  $\rho = \rho_d + \rho_v + \rho_l = \rho_d(1 + q + q_l) = \rho_d(1 + q_0)$ , dove  $q_0$  è il rapporto di mescolanza iniziale, prima che cominci la saturazione. Con un ragionamento analogo a prima possiamo scrivere:

$$p = p_d + e = \rho_d R_d \left(1 + q \frac{R_v}{R_d}\right) T = \rho_d (1 + q_0) RT \quad (10)$$

da cui si ricava  $R = R_d \frac{1 + q \frac{R_v}{R_d}}{1 + q_0}$ . Quindi possiamo anche in questo caso usare la costante dell'aria secca se invece della temperatura "normale" utilizziamo la *temperatura virtuale di nube* (cloud-virtual) definita come  $T_{vc} = T \frac{1 + q \frac{R_v}{R_d}}{1 + q_0}$ .

Come vedremo più avanti nel caso in cui la particella sia satura (quindi si formi il condensato) mentre l'ambiente non lo sia, la spinta di Archimede sarà fornita dalla differenza tra la temperatura virtuale di nube della particella meno la temperatura virtuale dell'ambiente.

Infine nel caso in cui la particella sia satura ma si faccia l'ipotesi che *tutto il condensato fuoriesca dalla particella* (ad esempio sotto forma di precipitazione) allora vale ancora la formula 9, ovvero si può usare la temperatura virtuale.

Per concludere questa digressione sulle temperature virtuali, che sono solo degli artifici matematici per tener conto delle diverse densità, si fa notare che la temperatura virtuale è sempre maggiore della temperatura normale, e questo è dovuto al fatto che la densità del vapore è inferiore a quella dell'aria secca. Invece la temperatura virtuale di nube può essere anche minore di quella normale, in particolare quando molto del vapore è diventato acqua liquida, che ha una densità (rispetto alla particella) maggiore dell'aria secca.

## 2.2 Esempi di calcolo delle grandezze termodinamiche

Supponiamo ora di conoscere pressione, temperatura e umidità relativa di un volume d'aria e di voler calcolare il rapporto di mescolanza e la sua temperatura di rugiada  $T_d$ .

Conoscendo la temperatura possiamo calcolare la pressione di vapor saturo  $e_{sat}(T)$  e quindi calcolare la pressione parziale del vapore  $e$  invertendo la definizione dell'umidità relativa (eq. 8). Una volta trovata  $e$  possiamo calcolare il rapporto di mescolanza  $q$  dalla sua definizione 2.

La caratteristica della temperatura di rugiada è che  $e = e_{sat}(T_d)$ .

Per calcolare  $T_d$  non ci resta che invertire la formula della pressione di vapor saturo. Se volessimo invertire l'equazione 4 otterremmo:

$$T_d = \frac{273 \cdot \ln(e/6.1078)}{19.8 - \ln(e/6.1078)} \quad (11)$$

Se invece volessimo usare l'equazione più precisa 5 allora le cose si complicherebbero notevolmente. In casi come questo la soluzione più semplice è quella di fare un algoritmo iterativo, che calcoli  $T_d$  per approssimazioni successive.

Di seguito riportiamo una piccola routine per calcolare in modo iterativo la temperatura di rugiada. Tale routine è stata scritta in linguaggio PYTHON, come tutto il programma SOUND\_ANALYS.PY, fatto dall'autore per analizzare i radiosondaggi, da cui è tratta. Il linguaggio PYTHON è un linguaggio ad alto livello simile al PERL, ed è di comprensione immediata, una volta chiarita la sintassi e l'importanza dell'indentazione per definire i diversi blocchi di codice.

```
def IterTd(T, p, mix_r) :
    # temperature in deg C! Mix_r in g/kg.
    # method: Esat(Td) = e, start from T and
    # decrease temperature to fit a given mixing ratio

    Td = T
    e = (mix_r * p) / (621.98 + mix_r)
    es = Esat(Td)
    while es > e :
        if (es - e) > 0.01 :
            Td = Td - (es - e) / 2.0
        else :
            Td = Td - 0.0005
        es = Esat(Td)
        #print Td, (es - e)
    return(Td)    # in C deg
```

In questa semplice routine viene invocata la routine (o meglio la funzione) `Esat()`,

che non fa altro che implementare banalmente l'equazione 5. L'algoritmo mostrato parte dal valore di temperatura e comincia a decrementarla finché la pressione di vapor saturo di questa temperatura non diventa minore della pressione parziale  $e$  dell'aria. Per aumentare l'efficienza di calcolo, a parità di precisione, il decremento ad ogni step viene calcolato in una prima fase come un mezzo della differenza tra le due pressioni, mentre quando si è vicini al valore giusto lo step viene diminuito a  $0.005^\circ\text{C}$ , che rappresenta quindi la precisione di calcolo.

Facciamo un esempio concreto. Se la temperatura è di  $20.0^\circ\text{C}$ , la pressione è  $1013.0\text{ hPa}$  e l'umidità relativa è  $67.3\%$  allora la pressione parziale del vapore risulta essere  $e = 16.018\text{ hPa}$ . Il rapporto di mescolanza vale  $q = 9.993\text{ g/kg}$ .

Applicando la formula approssimata 11 otteniamo  $T_d = 13.973770^\circ\text{C}$ , mentre usando la funzione  $\text{IterTd}()$  appena descritta otteniamo  $T_d = 13.817737^\circ\text{C}$ .

La differenza può non sembrare così grande, tuttavia se applichiamo la formula accurata 5 per ricalcolare  $e$  partendo dai valori di  $T_d$  troviamo che il primo metodo ci dà un errore relativo percentuale di  $1.025\%$ , mentre il secondo solo del  $0.002\%$ . Tali errori vanno valutati nel contesto di quello che si sta facendo: se bisogna calcolare  $T_d$  solo in un punto si può usare la formula 11, se invece stiamo facendo un processo iterativo in cui i valori di  $T_d$  vengono calcolati ripetutamente e quindi gli errori vengono via via ad amplificarsi, allora una soluzione più precisa come quella appena esposta è preferibile.

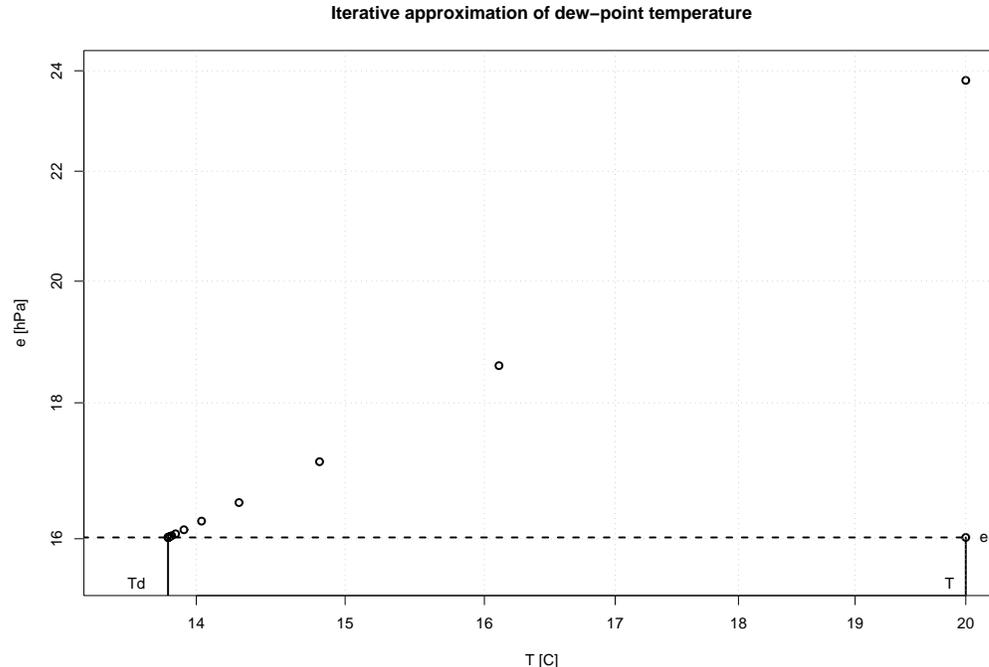


Figura 3: I 21 punti calcolati da  $\text{IterTd}()$  lungo la pressione di vapor saturo  $e_{\text{sat}}$  per ottenere la temperatura di rugiada  $T_d$  di un punto con pressione pari a  $p=1013\text{ hPa}$  e rapporto di mescolanza  $q=10\text{ g/kg}$ . Le scale sono logaritmiche.

Nella figura 3 vengono mostrati i 21 punti calcolati da  $\text{IterTd}()$  nel precedente

esempio. Da notare che questa routine utilizza anche il dato iniziale di temperatura, che non è strettamente necessario, ma aiuta a scegliere il miglior punto iniziale, che altrimenti dovrebbe venir settato ad un valore sufficientemente alto, aumentando il numero di iterazioni necessarie.

### 3 I processi adiabatici

#### 3.1 Adiabatica secca

Nel capitolo precedente abbiamo richiamato le variabili e le equazioni fondamentali per descrivere lo stato termodinamico di un volume d'aria. In questo capitolo approfondiremo gli strumenti matematici più utili per descrivere i processi adiabatici a cui tale volume d'aria può venire sottoposto.

Supponiamo di prendere una particella d'aria e di sollevarla in modo adiabatico, ovvero tale che non abbia scambi di calore con l'ambiente esterno. In tal caso il *primo principio della termodinamica* ci dice che:

$$0 = \frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} + p \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{dH}{dt} - V \cdot \frac{dp}{dt} \quad (12)$$

dove  $Q$  è il calore scambiato,  $V$  il volume d'aria,  $U$  è l'energia interna (che per un gas ideale dipende solo da  $T$ ) e  $H(p, T)$  è l'entalpia dell'aria, definita come  $H = U + p \cdot V$ . Scrivendo la legge dei gas perfetti come  $pV = mRT$ , otteniamo che:

$$\begin{aligned} \frac{dH(p, T)}{dt} &= \frac{dT}{dt} \cdot \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_{p=const} + \frac{dp}{dt} \cdot \left. \frac{\partial H}{\partial p} \right|_{T=const} \\ &= \frac{dT}{dt} \cdot C_p + \frac{dp}{dt} \cdot \left. \frac{\partial [U(T) + mRT]}{\partial p} \right|_{T=const} = C_p \cdot \frac{dT}{dt} \quad (13) \end{aligned}$$

Passando alle grandezze *specifiche* (cioè divise per la massa totale  $m$  della particella d'aria) possiamo scrivere l'ultima equazione come  $\frac{dh}{dt} = c_p \cdot \frac{dT}{dt}$ , dove  $c_p$  è il *calore specifico* (energia necessaria per aumentare di 1 grado 1 kg di gas) *a pressione costante* della particella d'aria ( $C$  invece è la *capacità termica*).

Se facciamo l'ipotesi che la particella sia composta solo da *aria secca* possiamo utilizzare il calore specifico dell'aria secca  $c_{pd}$ , che secondo il teorema di equipartizione dell'energia è pari a:

$$c_{pd} = \frac{7}{2} \cdot R_d \cong 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (14)$$

perché l'aria secca è approssimata con una molecola biatomica.

Introducendo nell'equazione 12 questa approssimazione dell'entalpia specifica e ricordando che nella nostra ipotesi  $m/V = \rho = \rho_d$ , otteniamo l'equazione che descrive l'adiabatica secca:

$$c_{pd} \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho_d} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{R_d T}{p} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (15)$$

che ha come soluzione l'equazione di Poisson:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R_d}{c_{pd}}} \cong T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{7}} \quad (16)$$

Questa equazione descrive come cambia la temperatura interna del volume d'aria secca sollevata (o abbassata) adiabaticamente.

Con l'equazione 16 possiamo anche definire la *temperatura potenziale*  $\Theta$  come la temperatura  $T_2$  ottenuta quando prendiamo a riferimento sempre la stessa pressione  $p_2$ , scelta per default pari a 1000.0 hPa.

Per come è stata costruita la temperatura potenziale  $\Theta(p, T) = T(1000/p)^{R_d/c_{pd}}$  è un *invariante* del processo adiabatico secco, ovvero viene conservata ad ogni quota. L'aria che si solleva cambierà la sua temperatura  $T$  con la pressione secondo la formula di Poisson. Come cambia con l'altitudine?

Se facciamo l'ipotesi che la pressione della particella vari con l'altitudine seguendo l'approssimazione *idrostatica* (cosa in generale non vera) allora vale la formula:

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho \quad (17)$$

dove  $\rho$  è la densità totale della particella, che nella nostra approssimazione di aria secca possiamo sostituire con  $\frac{p}{R_d T}$ . Questa condizione, assieme all'equazione dell'adiabatica stessa, (15), ci permette di calcolare il tasso di raffreddamento con la quota dell'adiabatica secca (dry lapse rate):

$$\Gamma_d = - \left. \frac{dT}{dz} \right|_{dry} = \frac{g}{c_{pd}} \cong 9.76 \text{ }^\circ\text{C/km} \quad (18)$$

Nel caso in cui sia tutto l'ambiente (e non solo un piccolo volume) a disporsi lungo un'adiabatica secca (e questo, come vedremo, è un "punto d'equilibrio" a cui tendono i bassi strati dell'atmosfera quando vengono rimescolati) allora la condizione idrostatica è di solito rispettata e quindi anche la temperatura varia di circa 1 grado ogni 100 m di quota.

Inoltre, nel caso in cui valga l'approssimazione idrostatica almeno in uno strato, con un procedimento analogo si può derivare la formula *ipsometrica* per l'aria secca. Infatti, usando le 15 e 17, si ha:

$$\frac{dp}{p} = -g \frac{dz}{R_d T} \quad (19)$$

che integrata in un intervallo ha come soluzione:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = - \frac{g}{R_d \bar{T}} \cdot (z_2 - z_1) \quad (20)$$

in cui  $\bar{T}$  è la temperatura media dello strato compreso tra  $z_1$  e  $z_2$ .

Da questa equazione si vede come, con l'approssimazione di temperatura costante, l'altezza  $z$  varierebbe proporzionalmente all'opposto del logaritmo naturale della pressione. Questo è il motivo per cui nei diagrammi termodinamici si usa così spesso  $-\ln(p/1000)$  sull'ordinata invece di  $-p$ .

### 3.2 Adiabatica umida

Nel paragrafo precedente abbiamo calcolato l'equazione che descrive il processo adiabatico per l'aria secca. Nel caso in cui ci fosse anche del vapor acqueo, non-saturo, si può comunque trovare un'equazione analitica che descriva tale processo, in cui  $q_0$  viene conservato (la massa totale di vapore non cambia perché non c'è condensazione). Per una miscela di aria secca e vapore la variazione di entalpia è:

$$\begin{aligned}
 \frac{dH(p, T)}{dt} &= \frac{dT}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial T} \Big|_{p=const} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial p} \Big|_{T=const} \\
 &= C_p \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial [U(T) + m_p R_p T]}{\partial p} \Big|_T \\
 &= (C_{pd} + C_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial [U(T) + m_p \frac{m_d}{m_p} (R_d + R_v q_0) T]}{\partial p} \Big|_T \\
 &= (m_d \cdot c_{pd} + m_v \cdot c_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} = m_d \cdot (c_{pd} + q_0 \cdot c_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} \quad (21)
 \end{aligned}$$

dove abbiamo usato l'equivalenza  $R_p = (R_d + q_0 R_v) \rho_d / \rho_p$ , derivata in modo analogo all'equazione 9, e la proprietà della capacità termica  $C_p$  di essere la somma dei singoli componenti. In questo modo abbiamo introdotto anche il calore specifico a pressione costante del vapor d'acqua  $c_{pv}$ , pari a:

$$c_{pv} = 4 \cdot R_v \cong 1846 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (22)$$

perché la molecola  $\text{H}_2\text{O}$  è triatomica.

Il termine  $(V \cdot \frac{dp}{dt})$  dell'equazione 12 del primo principio della termodinamica diventa per la nostra miscela (vedi eq. 9):

$$V = \frac{m_p}{\rho_p} = m_p \cdot \frac{R_d T_v}{p} = [m_d (1 + q_0)] \cdot \frac{R_d}{p} \cdot T \frac{1 + \frac{R_v}{R_d} q_0}{1 + q_0} = m_d (R_d + R_v q_0) \cdot \frac{T}{p} \quad (23)$$

E infine l'equazione che descrive l'adiabatica "umida" (moist) è:

$$(c_{pd} + q_0 \cdot c_{pv}) \cdot \frac{d \ln T}{dt} = (R_d + R_v \cdot q_0) \cdot \frac{d \ln p}{dt} \quad (24)$$

Anche questa equazione ha una soluzione esatta, simile a quella di Poisson, ma con un esponente che contiene il rapporto di mescolanza:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R_d + R_v q_0}{c_{pd} + c_{pv} \cdot q_0}} \cong T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{7} \cdot \frac{1 + \frac{R_v}{R_d} q_0}{1 + \frac{8}{7} \cdot \frac{R_v}{R_d} q_0}} \quad (25)$$

Questa soluzione sarebbe esattamente quella di Poisson se si approssimasse  $\frac{8}{7} \cong 1$ . Da questo fatto si capisce come le differenze tra i due processi adiabatici siano minime. Anche in questo caso si può definire un invariante del processo, analogo alla  $\Theta_q(p, T, q_0)$  definita da Paluch (1979, appendice A), che però dipende anche dal rapporto di mescolanza.

### 3.3 Adiabatica satura

Consideriamo ora il caso di un processo adiabatico con vapore allo stato di saturazione. Se si ipotizza che il condensato venga immediatamente estratto dalla particella (ad esempio sotto forma di precipitazione) il processo che andiamo a descrivere non è più reversibile e per questo si parla di *pseudo-adiabatica satura*.

Poiché il condensato non rimane nel volume occupato dalla particella allora non c'è calore assorbito ( $C_{pl} = 0$ ) dall'acqua liquida, nè, tanto meno, calore latente di congelamento dovuto ad un eventuale ghiacciamento del condensato.

Il rapporto di mescolanza è sempre saturo, quindi:  $q = q_{sat}(p, T)$  (vedi eq. 7).

Calcoliamo la variazione di entalpia totale, considerando che ora cambia anche la massa di vapore  $m_v$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{dH(p, T, m_v)}{dt} &= \frac{dT}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial T} \Big|_{p, m_v} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial p} \Big|_{T, m_v} + \frac{dm_v}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial m_v} \Big|_{p, T} \\
 &= C_p \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial [U(T) + m_p R_p T + H_l]}{\partial p} \Big|_{T, m_v} + \frac{dm_v}{dt} \cdot \frac{\partial H}{\partial m_v} \Big|_{p, T} \\
 &= (C_{pd} + C_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{\partial [U(T) + m_p \frac{m_d}{m_p} (R_d + R_v \frac{m_v}{m_d}) T]}{\partial p} \Big|_{T, m_v} + \frac{dm_v}{dt} \cdot \mathcal{L}_c \\
 &= (m_d \cdot c_{pd} + m_v \cdot c_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{d(m_d \cdot q_{sat})}{dt} \cdot \mathcal{L}_c \\
 &= m_d \cdot \left[ (c_{pd} + q_{sat} \cdot c_{pv}) \cdot \frac{dT}{dt} + \mathcal{L}_c \cdot \frac{dq_{sat}}{dt} \right] \tag{26}
 \end{aligned}$$

dove abbiamo trascurato  $\frac{\partial H_l}{\partial p} \Big|_{T, m_v}$ , perché è molto piccolo, e abbiamo introdotto il *calore latente di condensazione*  $\mathcal{L}_c(T)$ , pari a circa 586 cal/g  $\cong$  2454800 J/kg a 20°C, ma meglio approssimato da (vedi Gill, 1982, pag. 607):

$$\mathcal{L}_c(T) = 2500800 - 2.3 \cdot 10^3 \cdot T \tag{27}$$

ove  $T$  è espressa in gradi Celsius e  $\mathcal{L}_c$  in J/kg.

Per il secondo termine del primo principio della termodinamica, scritto nella solita forma  $\frac{dH}{dt} = V \cdot \frac{dp}{dt}$ , vale ancora l'equazione 23 una volta sostituita la costante  $q_0$  con la variabile  $q = q_{sat}(p, T)$ . In conclusione l'equazione che descrive il processo pseudo-adiabatico saturo (wet pseudo-adiabat) è:

$$(c_{pd} + q \cdot c_{pv}) \cdot \frac{d \ln T}{dt} + \frac{\mathcal{L}_c(T)}{T} \cdot \frac{dq}{dt} = (R_d + R_v q) \cdot \frac{d \ln p}{dt} \tag{28}$$

Rossby (1932) ha trovato che l'invariante di questo processo è la *temperatura equivalente potenziale*  $\Theta_e(p, T, q)$ , approssimata da Bolton (1980) nel seguente modo:

$$T_{LCL}(T, e) \cong \frac{2840}{3.5 \cdot \ln(T) - \ln(e) - 4.805} + 55 \tag{29}$$

$$\Theta_e(p, T, q) \cong T \cdot \left( \frac{1000}{p} \right)^{0.2854(1-0.28q)} \cdot e^{q(1+0.81q) \left( \frac{3376}{T_{LCL}} - 2.54 \right)} \quad (30)$$

dove  $T$  è espressa in Kelvin,  $p$  in hPa e  $q$  in kg/kg.

Da notare che la temperatura potenziale equivalente viene conservata anche durante l'adiabatica secca, per cui è un invariante di tutto il processo adiabatico che parte dai bassi strati non saturo, arriva al punto di saturazione (*Lifting Condensation Level*, LCL) e prosegue poi con una pseudo-adiabatica saturata.

Anche in questo caso è possibile definire un tasso di raffreddamento con la quota (moist lapse rate), che però varia leggermente con l'altitudine:  $\Gamma_w \cong 5^\circ\text{C}/\text{km}$  vicino al suolo e  $\Gamma_w \cong 8^\circ\text{C}/\text{km}$  a circa 5000 m di altitudine (per approfondimenti vedi Richiardone e Giusti, 2001).

Infine riportiamo per completezza la descrizione di un processo adiabatico saturo *reversibile*, ovvero in cui il condensato rimane all'interno della particella che si sta sollevando (ad esempio sotto forma di piccolissime gocce di nube). In questo caso c'è l'ulteriore complicazione che a temperature negative il condensato comincia a trasformarsi in ghiaccio, ma non tutto, poiché sappiamo che fino a  $-40^\circ\text{C}$  le fasi liquida e solida possono coesistere.

È quindi necessario parametrizzare in qualche modo la percentuale di condensato che ghiaccia e che libera il calore latente di solidificazione  $\mathcal{L}_s(T)$ , pari circa a  $79.7 \text{ cal/g} \cong 333700 \text{ J/kg}$  a  $0^\circ\text{C}$ , ma meglio approssimato da (vedi Gill, 1982):

$$\mathcal{L}_s(T) = 338200 + 2.3 \cdot 10^3 \cdot T - 3.6(T + 35)^2 \quad (31)$$

dove  $T$  è in Celsius e  $\mathcal{L}_s$  in J/kg.

Una volta imposta la ripartizione tra vapore  $q$ , acqua condensata  $q_l$  e ghiaccio  $q_i$  (vedi ad esempio Manzato e Morgan, 2003) l'equazione che descrive tale processo diventa:

$$(c_{pd} + qc_{pv} + q_l c_{pl} + q_i c_{pi}) \frac{dT}{dt} + \mathcal{L}_c \cdot \frac{dq}{dt} - \mathcal{L}_s \cdot \frac{dq_i}{dt} = (R_d + R_v q) \cdot \frac{d \ln p}{dt} \quad (32)$$

dove il calore latente di solidificazione ha il segno opposto a quello di condensazione perché la quantità di ghiaccio aumenta mentre quella di vapore cala. Entrambi quindi sono calori rilasciati, che aumentano la temperatura interna dell'aria. Questo aumento di temperatura corrisponde ad un aumento della galleggiabilità della particella, che però viene contrastato dal trattenimento al suo interno del condensato, che ha una densità molto superiore a quella del vapore.

L'equazione 32 va risolta numericamente.

### 3.4 Esempi di calcolo dei processi adiabatici

Supponiamo di avere una particella al suolo, di cui conosciamo pressione, temperatura e rapporto di mescolanza, e di volerla sollevare adiabaticamente fino alla quota dei 200 hPa.

Finché la particella non diventa satura dobbiamo applicare l'adiabatica secca, per cui la formula più precisa è la 25. Raggiunto il punto di saturazione (LCL) bisogna applicare l'adiabatica satura, che può essere una pseudo-adiabatica o un'adiabatica reversibile. Inoltre la pseudo-adiabatica può venir fatta mantenendo costante la  $\Theta_e(p, T, q)$  di Bolton oppure, più precisamente, risolvendo numericamente l'equazione 28.

Vediamo con un esempio le differenze che si trovano nei diversi modi.

```
def MoistAdiabat(T0, p0, q0) :
    # temperature in deg C! Mix_r in g/kg.
    # calcola un'adiabatica umida conservando la ThetaMoist

    deltaT = 0.001 # differenza per essere in condensazione
    deltap = 1     # incremento grossolano di livello in hPa
                    # corrisponde a una variazione di 1C a 900hPa

    Td0 = IterTd(T0, p0, q0) # in Celsius
    Tk0 = T0 + Kel          # in Kelvin
    qk0 = q0/1000.0        # in kg/kg
    Theta0 = ThetaMoist(Tk0, p0, q0) # in Kelvin
    print "La temperatura potenziale costante e' %f K" %Theta0

    if (Td0 < (T0 - deltaT)) :

        p = p0 # hPa
        T = T0 # C
        Td = Td0 # C
        esp = (Ra + Rv * qk0) / (Cp_a + Cp_v * qk0) # Moist adiabat
        #esp = 0.2854 # Dry adiabat
        while ((T - Td) > deltaT) :

            p = p - deltap
            T = Theta0 * math.pow(p / 1000.0, esp) - Kel # in C
            Td = IterTd(T, p, q0) # in C
            if ((T-Td) < 1) :
                deltap = (T-Td) # incremento fine di p

    print "Raggiunto LCL a p = %f hPa e T = %f C" %(p, T)
    return(p, T)
```

La funzione precedente serve a sollevare lungo un'adiabatica umida la particella passata inizialmente specificando la temperatura, pressione e il rapporto di mescolanza. Per inciso, se si commenta la riga `esp = 0.2854` si effettua un'adiabatica secca, mantenendo costante la temperatura potenziale  $\Theta$  invece che la  $\Theta_q$ .

La funzione invocata `ThetaMoist()` non fa altro che calcolare  $\Theta_q$  usando la formula 25 con  $p_2 = 1000\text{hPa}$ .

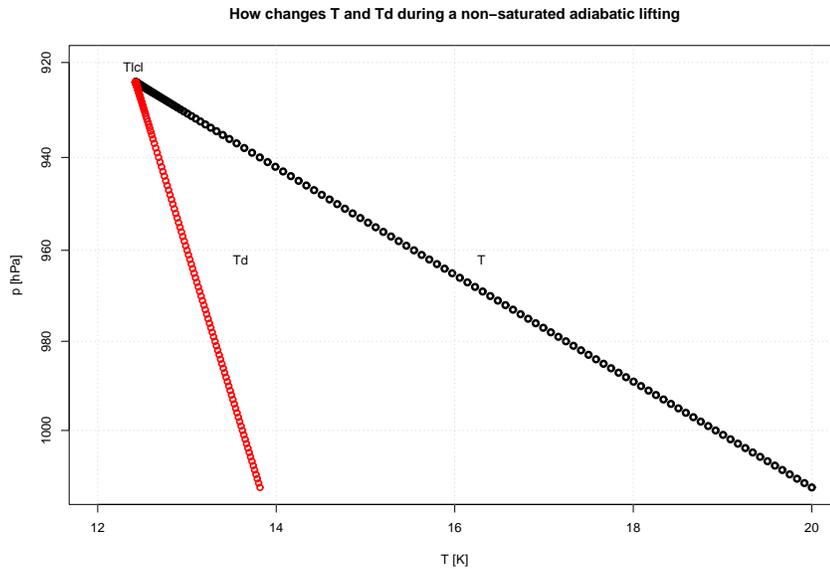


Figura 4: La temperatura  $T$  e la temperatura di rugiada  $T_d$  calcolate da `MoistAdiabat(T0=20, p0=1013, q0=10)` per l'adiabatica umida  $\Theta_q = 292.07\text{K}$ .

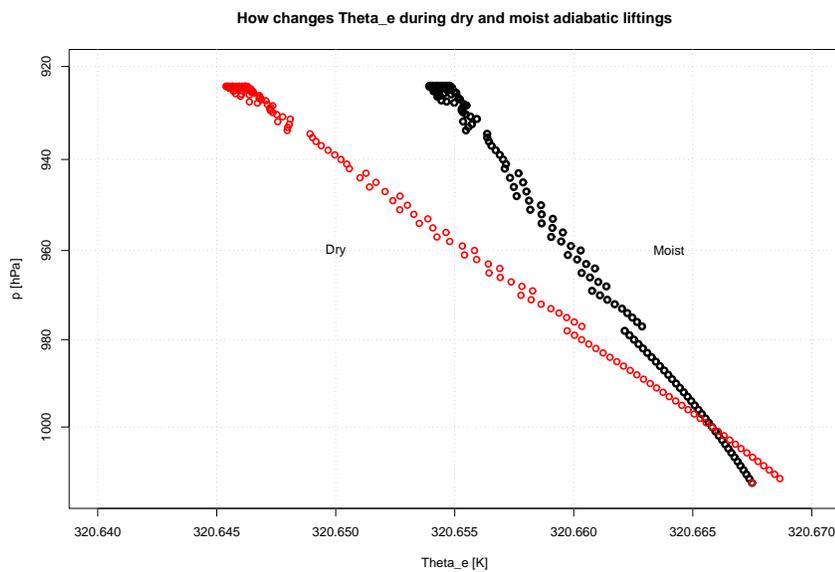


Figura 5: La  $\Theta_e$  calcolata lungo i punti trovati da `MoistAdiabat(20, 1013, 10)` per implementare un'adiabatica secca (a sinistra) o umida (a destra). Si vede che la variazione di  $\Theta_e$  (comunque piccola) nell'adiabatica umida è circa  $2/3$  di quella nell'adiabatica secca.

Nella figura 4 si vede come variano la temperatura e la temperatura di rugiada con la pressione salendo lungo un'adiabatica umida fino al Lifting Condensation Level. Tale punto viene raggiunto a  $924.1\text{ hPa}$  alla temperatura  $T_{lcl} = 12.42^\circ\text{C}$ . Nella figura 5 si nota come l'adiabatica umida sia più precisa di quella secca, in

quanto la temperatura equivalente potenziale (che dovrebbe essere costante) varia molto meno. Da notare che l'andamento "non lineare" dei punti calcolati è principalmente dovuto ad approssimazioni fatte nel calcolo di  $T_d$ .

Passiamo ora al processo adiabatico saturo.

```
def PseudoMoist(T0, p0, q0) :
    # Ad. saturo risolvendo l'eq. derivata dal Primo Principio
    deltap = 10      # incremento grossolano di livello in hPa
                    # corrisponde a una variazione di circa 1C a 900hPa

    qk0 = q0/1000.0    # initial mix ratio in kg/kg
    q = qk0
    p1 = p0
    T1 = T0 + Kel      # in Kelvin
    print `ThetaE iniziale = %f K` %(ThetaE(T0, p0, T0)[0])

    while (p1 > 200) :      # lift up to 200 hPa

        p2 = p1 - deltap
        T2 = T1 * math.pow(p2 / p1, 0.2854) - 2 # init = dry ad.-2
        delta = 10
        a = T1
        b = T2

        while math.fabs(delta) > 0.01 :      # precisione equazione

            T2 = (a + b) / 2.0      # the new temperature to find
            mix1 = Mix(T1-Kel, p1)/1000.0 # vapour: rho_wat/rho_air
            mix_cond1 = qk0 - mix1    # all condensed load in kg/kg
            mix2 = Mix(T2-Kel, p2)/1000.0 # vapour: rho_wat/rho_air
            mix_cond2 = qk0 - mix2    # all condensed load
            mix_cond_new = mix2 - mix1 # new condensed in the step
            mix12 = (mix1 + mix2)/2.0 # mean water vapour

            # heat retained by dry air and water vapour
            h_cp = (Cp_a + Cp_v * mix12) * (math.log(T2) - math.log(T1))
            # heat relased by condensation of vapour in liquid
            Ent_cond = mix_cond_new * (Levap(T2)/(T2*1.0) +
                                      Levap(T1)/(T1*1.0)) / 2.0
            # ENTHALPY: (Sum delta_T*Cp*q + Sum Lat_Heat*q)
            H = h_cp + Ent_cond      # specific henthalpy
            # EXPANSION: (Vol*dp/dt = (Ra+q*Rv)*T*delta_ln_p)
            Ex = (Ra + mix12 * Rv) * (math.log(p2) - math.log(p1))
            delta = H - Ex          # must be close to 0
```

```

    if delta < 0 :
        b = T2
    else :
        a = T2
    # fine loop per calcolare T2

    #print p, T-Kel
    p1 = p2
    T1 = T2
    # fine loop principale

print "Raggiunti i 200 hPa a T = %f C" %(T2-Kel)
print ``ThetaE finale = %f K`` %(ThetaE(T2-Kel, p2, T2-Kel)[0])
return(p2, T2)

```

La funzione invocata  $Mix(T_d, p)$  restituisce il rapporto di mescolanza  $q$  calcolato usando la formula 2, una volta ricavato  $e = e_{sat}(T_d)$ . L'altra funzione usata,  $ThetaE(T, p, T_d)$ , non fa altro che calcolare  $\Theta_e$  implementando l'equazione 30, una volta dedotto  $q$  da  $p$  e  $T_d$  (che nell'adiabatica saturo è sempre uguale a  $T$ ). La funzione  $PseudoMoist()$  effettua una pseudo-adiabatica saturo tra l'LCL e i 200 hPa, risolvendo numericamente ad ogni step tra due livelli relativamente vicini (10 hPa) l'equazione 28. Un algoritmo un po' più semplice si ottiene mantenendo costante la temperatura equivalente potenziale di Bolton, cioè trovando ad ogni step la nuova temperatura  $T$  che conserva  $\Theta_e(p, T, q)$ , una volta imposto  $q = q_{sat}(p, T)$ .

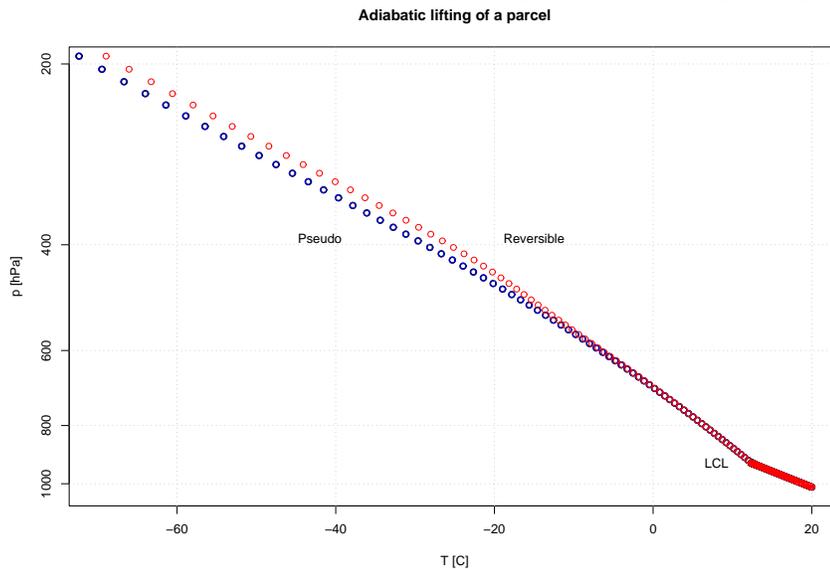


Figura 6: Come varia la temperatura  $T$  con  $p$  durante un'adiabatica umida fino all'LCL e poi com'è calcolata da  $PseudoMoist(12.4, 924, 10)$  lungo una pseudo-adiabatica saturo, fatta risolvendo l'equazione 28 o mantenendo costante  $\Theta_e = 320.65 \text{ K}$  (i punti si sovrappongono), o infine applicando un processo saturo reversibile (a destra).  $p$  viene rappresentata con una scala tipo  $-\log(p/1000)$ .

Nella figura 6 possiamo notare come i due processi pseudo-adiabatici diano un profilo  $T-p$  coincidente, mentre se applichiamo l'adiabatica reversibile descritta in Manzato e Morgan (2003) troviamo un profilo più caldo ( $-68.9^\circ\text{C}$  invece di  $-72.4^\circ\text{C}$  a 200 hPa), a causa del rilascio del calore latente di ghiacciamento.

Da notare le pendenze leggermente diverse tra il sollevamento non-saturo (fino all'LCL) e quello saturo (sopra), associate ai due diversi lapse rate  $\Gamma_d$  e  $\Gamma_m$ .

Se ipotizziamo che valga l'approssimazione idrostatica durante il sollevamento allora possiamo usare l'equazione ipsometrica 20 tra il suolo e i 200 hPa. Approssimando la temperatura media con  $\bar{T} = -26^\circ\text{C}$  troviamo che l'altezza raggiunta dalla particella a 200 hPa sarà circa  $z = -\frac{R_d\bar{T}}{g} \cdot \ln\frac{p}{p_0} \cong -\frac{287}{9.8}(-26 + 273) \ln\frac{200}{1013} \cong 11735$  m. Il lapse rate medio risulta quindi essere  $\bar{\Gamma} = (20 + 72)/11.735 \cong 7.8^\circ\text{C}/\text{km}$ . Il rapporto di mescolanza durante l'adiabatica saturo si è ridotto da 10 g/kg fino a  $q = 622\frac{e}{p-e} \cong 0.01$  g/kg, poiché  $e = e_{sat}(T_d)$  si è ridotta da 14.6 hPa all'LCL a 0.003 hPa alla quota di 200 hPa. Alla pressione di 200 hPa la densità dell'aria secca si è ridotta dal valore al suolo di  $\rho_0 = \frac{p}{R_d T} \cong \frac{1013 \cdot 100}{287(20+273)} \cong 1.205$  kg/m<sup>3</sup> a quello di  $\rho = \frac{200 \cdot 100}{287(273-72)} \cong 0.35$  kg/m<sup>3</sup>.

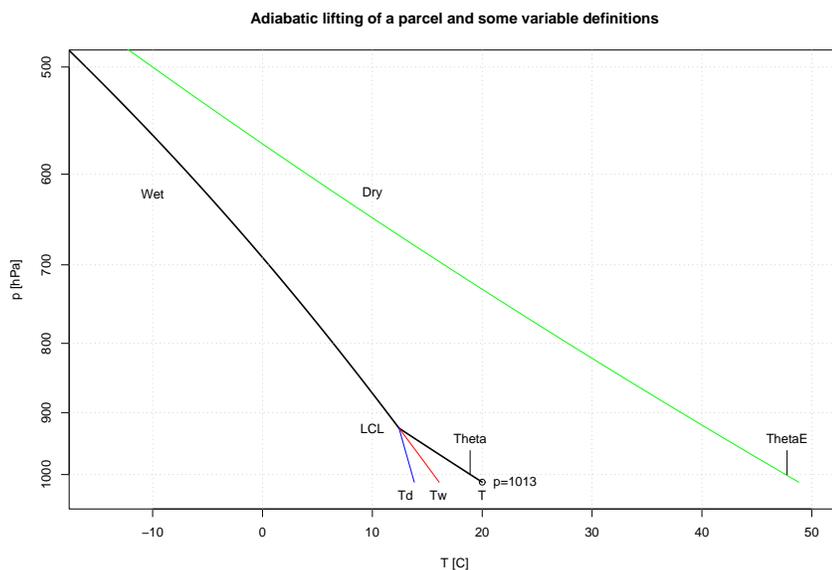


Figura 7: Un punto inizialmente a  $p = 1013$  hPa e  $T = 20^\circ\text{C}$  viene sollevato fino al suo LCL in modo secco e poi, lungo una pseudo-adiabatica saturo, viene sollevato fino a 100 hPa, dove il rapporto di mescolanza è trascurabile, e infine viene abbassato a 1000 hPa per trovare la sua temperatura equivalente potenziale.

La figura 7 è simile alla precedente, ma come processo saturo usa solo la pseudo-adiabatica mantenendo costante  $\Theta_e$ .

La particella iniziale viene sollevata fino all'LCL e poi viene abbassata al livello iniziale mantenendola sempre saturo. Così facendo si trova la sua *temperatura di bulbo bagnato* (wet bulb),  $T_w$  (in questo caso pari a  $16.08^\circ\text{C}$ ), che è quella temperatura a cui l'aria si raffredda se viene fatta evaporare in lei tutta l'acqua che

può contenere, ovvero se viene portata alla saturazione senza cambiare la pressione esterna (come avviene nello *psicrometro*). Tale temperatura è definita dalla relazione:  $T_w = T - [q_{sat}(T_w, p) - q] \cdot \mathcal{L}_c / c_p$ . L'importanza di  $T_w$  è dovuta al fatto che è una buona stima della temperatura che raggiungerà l'aria attraversata dalla pioggia (origine del *downdraft* di un temporale)<sup>1</sup>.

Se, invece, dall'LCL la particella viene sollevata in modo saturo finché il rapporto di mescolanza diventa trascurabile (ad esempio fino 100 hPa, dove  $q = 10^{-5}$  g/kg) e poi abbassata alla quota standard di 1000 hPa in modo adiabatico –ovviamente secco– si trova la temperatura dell'aria una volta che tutto il calore latente di condensazione del vapore è stato usato per aumentare la temperatura dell'aria secca, ovvero si trova la sua  $\Theta_e$ . Infatti a 100 hPa la particella ha raggiunto una temperatura pari a  $T = -109.8^\circ\text{C}$ , con una temperatura potenziale  $\Theta = 320.9 \cong 320.6 = \Theta_e$ .

Adiabatic lifting of a parcel and some variable definitions

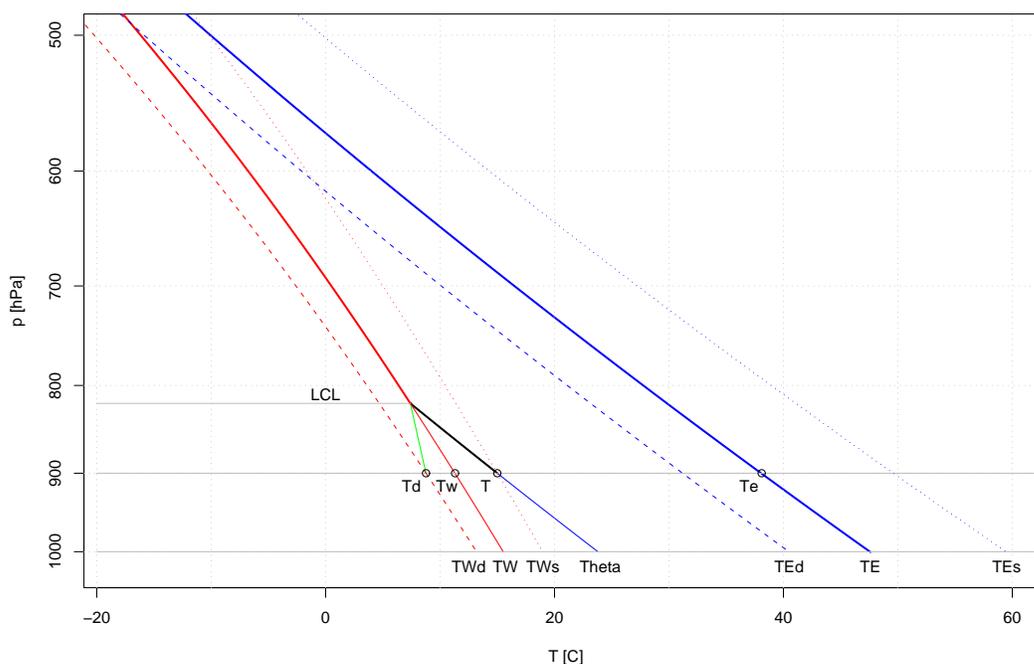


Figura 8: Le diverse temperature associate allo stato ( $p=900$  hPa,  $T=15^\circ\text{C}$ ,  $q=8$  g/kg). Alla stessa pressione: bulbo bagnato  $T_w$ , rugiada  $T_d$ , equivalente  $T_e$ . Alla quota standard di 1000 hPa: potenziale  $\Theta$ , equivalente potenziale  $\Theta_e$ , equivalente potenziale saturo  $\Theta_{es}$ , equivalente potenziale di rugiada  $\Theta_{ed}$ , potenziale di bulbo bagnato  $\Theta_w$ , potenziale di bulbo bagnato saturo  $\Theta_{ws}$ , potenziale di bulbo bagnato di rugiada  $\Theta_{wd}$ .

Dalla figura 8 possiamo vedere come questa proprietà della  $\Theta_e$  si possa applicare

<sup>1</sup>Secondo alcuni l'importanza di  $T_w$  è dovuta al fatto che è la temperatura alla quale si raffredda una bottiglia di birra a temperatura ambientale se viene avvolta in uno straccio bagnato, secondo altri invece è importante perché è la temperatura a cui tende la nostra pelle quando usciamo dal mare...

per comprendere il significato di altre due temperature equivalenti potenziali. Se infatti partiamo con una pseudo-adiabatica saturo dal punto  $(p, T)$  finché il rapporto di mescolanza diventa trascurabile e poi scendiamo con un'adiabatica secca fino a 1000 hPa otteniamo la *temperatura equivalente potenziale saturo*:  $\Theta_{es}$ . Cosa significa partire dalla temperatura  $T$  con una adiabatica saturo?

Significa cambiare il suo rapporto di mescolanza in quello saturo a queste condizioni, ovvero  $q^* = q_{sat}(p, T)$ . Quindi, analiticamente, la  $\Theta_{es}$  si ricava dalla formula di Bolton 30 nel seguente modo:  $\Theta_{es} = \Theta_e(p, T, q^*)$ , e dipende solo da  $p$  e  $T$ .

Se invece partiamo dal punto  $(p, T_d)$  con un processo pseudo-adiabatico saturo e poi scendiamo a 1000 hPa in modo secco otteniamo quella che viene chiamata *temperatura equivalente potenziale di rugiada*:  $\Theta_{ed}$ . Partire saturi da  $T_d$  significa che il  $q'$  di quel punto è saturo, ovvero che  $q' = e_{sat}(T_d)/[p - e_{sat}(T_d)] = q$ , per definizione di  $T_d$ . Computazionalmente quindi  $\Theta_{ed} = \Theta_e(p, T_d, q)$ .

La figura 8 mostra quindi un legame univoco tra  $T$  e  $\Theta_{es}$ , tra  $T_w$  e  $\Theta_e$  e tra  $T_d$  e  $\Theta_{ed}$ . Se invece di *sollevare* quei punti lungo una pseudo-adiabatica, li avessimo *abbassati* a 1000 hPa con lo stesso processo avremmo trovato le tre corrispondenti *temperature potenziali di bulbo bagnato* ( $\Theta_w, \Theta_{ws}, \Theta_{wd}$ ).

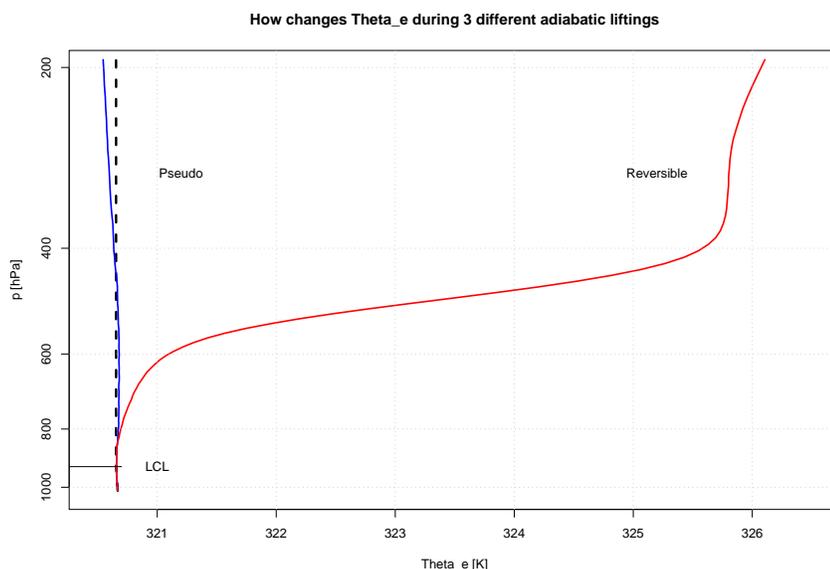


Figura 9: Come varia la temperatura equivalente potenziale con  $p$  durante 3 adiabatiche saturate: risolvendo l'equazione 28 o mantenendo costante  $\Theta_e = 320.65$  K (linea tratteggiata), o infine applicando un processo saturo reversibile.

Se infine torniamo ad analizzare i tre diversi processi saturi esposti in figura 6 e studiamo il profilo di  $\Theta_e$  (che si conserva solo nella pseudo-adiabatica), mostrato in figura 9, possiamo capire meglio le differenze tra questi processi. Si può infatti vedere la piccola ( $-0.11$  °C) variazione di  $\Theta_e$  che avviene durante il sollevamento adiabatico effettuato dalla funzione `PseudoMoist()` rispetto al grande ( $5.45$  °C a 200 hPa) aumento di  $\Theta_e$  del processo reversibile con congelamento del condensato.

## 4 Il profilo verticale dell'atmosfera

### 4.1 Composizione della troposfera

Nel capitolo precedente abbiamo approfondito i processi adiabatici applicati ad una particella, che viene tipicamente sollevata dai bassi strati fino in alta quota.

In seguito vedremo sia come questi processi possano essere usati per descrivere, in prima approssimazione, la formazione di un temporale, sia come descrivano abbastanza bene interi strati della troposfera.

L'atmosfera è solitamente suddivisa in 4 strati, separati da 3 zone di discontinuità chiamate "pause". Ecco una semplice schematizzazione che segue l'atmosfera tipo:

**troposfera:** tra il suolo e circa 11 km di altitudine dove troviamo lo straterello chiamato *tropopausa*, che ha una temperatura di circa  $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ , una densità dell'aria di circa  $0.3\text{ kg/m}^3$  ed una pressione di circa 230 hPa.

**stratosfera:** tra la tropopausa e circa 50 km di altitudine, dove c'è la stratopausa, con una temperatura di circa  $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , una densità di circa  $10^{-3}\text{ kg/m}^3$  ed una pressione di circa 0.8 hPa.

**mesosfera:** tra la stratopausa e circa 85 km di altitudine, dove c'è la mesopausa, con una temperatura di circa  $-93\text{ }^{\circ}\text{C}$ , una densità dell'aria praticamente trascurabile ed una pressione di circa mezzo Pascal.

**termosfera:** sopra gli 85 km di altitudine, fino circa 600 km dal suolo, dove la temperatura sale fino a  $1500\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Poiché la gran parte dei fenomeni meteo sono determinati da quanto accade nella troposfera, è proprio questo lo strato che viene studiato di più in meteorologia.

Anche la troposfera si può schematicamente suddividere in 3 parti contigue:

**Superficial Layer:** è il primo straterello a partire dalla superficie terrestre e si estende fino all'altezza  $L \cong 100\text{ m}$ , detta scala di Monin–Obukov (1954). In esso la turbolenza è dominata da effetti meccanici dovuti all'attrito tra il flusso d'aria e la rugosità della superficie terrestre.

**Planetary Boundary Layer:** (abbreviato in **PBL**) è lo strato sovrastante in cui la turbolenza è dominata dai *moti convettivi*. È definito come la zona dell'atmosfera fino a dove si estende il forte influsso della superficie terrestre e quindi risente molto del *ciclo diurno* di variazione della temperatura superficiale. Fino alla cima del PBL l'aria cambia con scale temporali e spaziali abbastanza ridotte: le scale tipiche si misurano in ore e in chilometri, e possono ridursi drasticamente in presenza di fenomeni quali il passaggio di un temporale. L'altezza del PBL è molto variabile, con estremi tra 0.5 km e 4 km e un valore medio (sopra la pianura del Friuli Venezia Giulia) di circa 1.8 km.

**Free Atmosphere:** è la parte di troposfera sovrastante il PBL, ed è caratterizzata da scarsa presenza di turbolenza e flusso quasi *laminare*, a causa di una stratificazione termica normalmente “stabile”, che contrasta i moti convettivi. A causa di ciò le variazioni sia temporali che spaziali hanno scale molto maggiori che nel PBL, tipicamente decine di ore e centinaia di chilometri, che possono ridursi nel caso di passaggio di *fronti* o, ovviamente, di temporali (il cui top può estendersi da 4 km di altitudine fino alla tropopausa).

Nella zona di separazione dal PBL di solito si forma uno strato di *inversione* (temperatura che sale con l'altezza), che di giorno tende ad alzarsi a causa dell'ingresso (entrainment) di aria dalla libera atmosfera nel PBL. In questo strato d'inversione non è raro che l'accumulo di umidità porti alla saturazione e quindi alla formazione di una nube stratiforme (detta in gergo “tappo”).

A sua volta il PBL si può distinguere in **Convective Mixing Layer** (detto anche **CBL**) e in **Stable Boundary Layer**. Il primo descrive il PBL quando è “ben rimescolato” dai moti convettivi innescati a causa del forte riscaldamento della superficie. Un esempio di questi moti sono le termiche, che possono anche generare i “cumuli di bel tempo” (fair weather cumulus), o i vortici (rolls) attraverso cui tutta l'aria del CBL viene mescolata fino a raggiungere un profilo quasi adiabatico (generalmente secco fino all'eventuale inversione, dove diventa saturo).

Invece il secondo descrive il PBL quando non ci sono i moti convettivi, tipicamente di notte, quando il forte raffreddamento radiativo del suolo crea spesso un'inversione bassa, che, frenando i moti verticali, stabilizza l'aria.

L'importanza dei moti convettivi (con velocità verticali dell'ordine dei cm/s) relativamente al “vento medio orizzontale” (dell'ordine delle decine di m/s) è dovuta proprio al fatto che i primi governano il sollevamento dell'umidità e quindi il suo passaggio di stato, mentre il secondo governa la sua diffusione e avvezione (trasporto orizzontale).

Infine ci sarebbe da fare una discussione sull'andamento verticale dei venti.

Per semplicità ci limitiamo a dire che nello strato superficiale la teoria della similarità di Monin–Obukov prevede una legge *logaritmica*, detta di “Von Kármán e Prandtl”:  $V(z) = \frac{V_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}$ , con la costante di Kármán  $k \cong 0.38$ , la “velocità d'attrito” (o di shear)  $V_* = \sqrt{\tau_* / \rho} \cong 0.1 \div 3$  m/s (ove  $\tau$  è lo stress superficiale, pari alla forza applicata per unità di superficie), e  $z_0$  è la rugosità superficiale (variabile tra 0.001 e 2 m). Ad esempio, se sappiamo che un anemometro posto a 10 m di altezza sopra un campo d'erba segna un vento di 10 m/s e ipotizziamo che lo strato superficiale si estenda fino a 100 m, che velocità prevede la legge di Kármán–Prandtl a quella quota? Per l'erba bassa  $z_0 \cong 2 \cdot 10^{-2}$  m, quindi ricaviamo  $V_* = V(10) \cdot k \left(\ln \frac{10}{z_0}\right)^{-1} \cong 0.6$  m/s. Da cui si deduce  $V(100) = \frac{0.6}{k} \ln \frac{100}{z_0} \cong 13$  m/s.

Invece sopra il PBL, nella libera atmosfera, il vento orizzontale segue l'andamento *geostrofico*, con il gradiente di pressione che viene equilibrato esattamente dalla forza di Coriolis:  $u_g = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{\rho \cdot f}$  ( $x$  parallelo alle isobare e  $u$  componente  $x$  del

vento;  $f = 10^{-4}$  alle nostre latitudini), a meno che non ci sia una forte circolazione ciclonica (o anticiclonica), nel qual caso bisogna tener conto anche del termine dovuto alla forza centrifuga:  $V = V_g - \frac{V^2}{f \cdot r}$ , con  $r$  curvatura ciclonica.

Infine nel PBL, tra lo strato superficiale e la libera atmosfera, la forza di Coriolis e del gradiente di pressione sono comparabili con la forza d'attrito superficiale. Il vento segue generalmente un andamento intermedio, che parte da quello logaritmico a bassa quota e raggiunge il vento geostrofico al top del PBL. Tale andamento viene chiamato a *spirale di Eckman*. Introducendo il parametro  $\gamma = \sqrt{\frac{\rho f}{2A}} \cong \sqrt{\frac{1.16 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10}} \cong 0.0024$ , con  $A$  parametro legato alla viscosità del fluido (che però varia molto con  $z$  e la stabilità), si ottiene che le componenti orizzontali del vento sono approssimate da:  $u = u_g(1 - e^{-\gamma z} \cos \gamma z)$  e  $v = u_g e^{-\gamma z} \sin \gamma z$ . Queste formule sono valide finché  $\gamma z \leq \pi$ , ovvero con un PBL di circa 1300 m (limite variabile con  $A$  e  $\rho$ ).

Facciamo un esempio: supponiamo che in libera atmosfera il vento sia proveniente da ovest a 40 m/s, che vento prevede Ekman a 100 m? L'asse delle  $x$  è già parallelo al vento geostrofico  $u_g = 40$ . Inserendo  $z = 100$  e usando il  $\gamma$  approssimato prima si trova  $u \cong 9.5$  m/s e  $v \cong 12.1$ , quindi un vento da sud sud-ovest con intensità di circa 12 m/s. Un andamento simile è molto frequente sopra la nostra regione.

Quindi nel vento alla Ekman cambia non solo la velocità, ma anche la direzione che, salendo con la quota, gira in senso orario (*veering*).

È curioso notare come la forza d'attrito (drag) associata alla forza di Coriolis interessi anche le superfici marine, riuscendo a orientare la corrente superficiale a  $45^\circ$  a destra rispetto al vento che soffia sulla superficie (onde), mentre la colonna d'acqua sottostante ha un "trasporto medio" (detto di Ekman) ortogonale al vento!

## 4.2 Diagrammi termodinamici

Prima di affrontare – finalmente – l'analisi dei dati in quota (ovvero dei radiosondaggi) dobbiamo avvalerci di adeguati strumenti per disegnare in modo utile le variabili di stato ( $p$ ,  $T$  e  $q$ ) che rappresentano l'aria ad ogni quota. A cominciare dai lavori pionieristici di Hertz, che propose l'*emagram* nel 1884, numerosi sono stati i diagrammi termodinamici proposti: Neuhoff (1900), Tephigram (Shaw, 1922), Stüve (1927), Aerogram (Refsdal, 1935), Pastagram (Bellamy, 1945), skew-T (Herlofson, 1947), Theta-Plot (Morgan, 1992)...

Noi descriviamo di seguito solo gli ultimi due, essendo lo skew-T probabilmente il più diffuso e il Theta-Plot quello che riteniamo più utile per le valutazioni sulla stabilità che faremo in seguito.

Abbiamo già visto come nell'approssimazione ipsometrica sia utile sostituire  $p$  con il suo logaritmo, che, in prima approssimazione, varia linearmente con la quota  $z$ . Nell'ordinata quindi i nostri diagrammi termodinamici riporteranno  $\ln p_0/p$  con  $p_0$  convenientemente alta (es. 1020 hPa).

L'ascissa è ancora la temperatura, ma nello skew-T (Herlofson, 1947) l'angolo tra

ascissa e ordinata viene aumentato di altri  $45^\circ$ . Questo significa che le *isoterme* non sono più linee verticali, ma sono inclinate di  $45^\circ$  verso destra (dal basso verso l'alto). In pratica, per comodità, l'asse orizzontale viene sempre disegnato in modo classico (ortogonale), ma non rappresenta la “vera ascissa” del diagramma, ovvero non rappresenta la temperatura.

Come sappiamo i processi adiabatici sono molto importanti per descrivere le proprietà di una colonna d'atmosfera, per cui risulta utile disegnarli sul diagramma termodinamico. Nello skew-T le adiabatiche secche (*iso* $\Theta$ , ovvero *isoentropiche* per l'aria secca) risultano essere delle linee curve, che approssimano negli strati bassi delle rette inclinate di  $45^\circ$  verso sinistra. Ciò significa che formano un angolo di circa  $90^\circ$  con le isoterme. Infine le curve a temperatura equivalente potenziale costante (*iso* $\Theta_e$ ), che rappresentano i processi pseudo-adiabatici saturi, sono delle linee curve che partono abbastanza verticali e in quota piegano verso sinistra, per diventare asintotiche con i processi secchi quando  $q$  diventa trascurabile.

Grazie all'aggiunta di  $45^\circ$  le diverse pendenze tra adiabatiche secche e saturi sono molto più accentuate che non in un grafico di tipo “cartesiano” come quello di figura 7. Inoltre si riesce a “compattare” il sondaggio in uno spazio più ristretto.

Nell'esempio di figura 10 possiamo vedere il sondaggio effettuato dall'Aeronautica Militare il giorno 28 giugno 1998, dalla stazione di Udine-Campofornido (codice WMO 16044), alle ore 12 UTC (14 locali). La curva spessa a destra indica le misure di temperatura e pressione, mentre la quantità di vapore è dedotta dalla curva a sinistra, che mostra la temperatura di rugiada. La distanza orizzontale tra le due curve dà subito un'idea dell'umidità presente ad ogni livello.

I primi 100 m (lo strato superficiale) hanno un lapse rate di circa  $25^\circ\text{C}/\text{km}$ , addirittura superiore a quello adiabatico secco, per cui possiamo parlare di stratificazione *superadiabatica*, causata dal forte riscaldamento superficiale. Poi, fino a circa 931 hPa (752 m, calcolati usando l'approssimazione idrostatica tra ogni coppia di livelli), la stratificazione è molto vicina ad un'adiabatica secca, poiché la temperatura potenziale resta quasi costante ( $\Theta = 300.6\text{ K}$ ), così come il rapporto di mescolanza ( $q = 12.37\text{ g}/\text{kg}$ ). Possiamo identificare questo strato come il Convective Boundary Layer ben rimescolato.

Da 931 a circa 881 hPa (1229 m) ci si scosta dallo strato adiabatico secco perché il rapporto di mescolanza cala fino circa  $10\text{ g}/\text{kg}$ . Segue un breve strato (meno di 100 m) isoterma ( $T \cong 17.4^\circ\text{C}$ ), che può essere identificato con il top del Planetary Boundary Layer. L'umidità relativa massima viene misurata a 899 hPa (1057 m), ma essendo pari a 75% risulta che non abbiamo presenza di nube in cima al PBL e questo favorisce l'ulteriore riscaldamento pomeridiano. Salendo ancora abbiamo uno strato che fino circa 740 hPa (2700 m) segue un andamento vagamente simile all'adiabatica satura, ma con un lapse rate leggermente maggiore ( $\Gamma = 5.9^\circ\text{C}/\text{km}$ , quando a queste quote e temperature  $\Gamma_w \cong 4.6^\circ\text{C}/\text{km}$ ). Poi uno strato fino 624 hPa (4083 m) con un lapse rate molto maggiore ( $\Gamma = 7.9^\circ\text{C}/\text{km}$ ), e di nuovo, fino 567 hPa (4838 m), un'adiabatica satura ( $\Gamma = 6.6^\circ\text{C}/\text{km}$ , quando a queste quote e temperature  $\Gamma_w \cong 6.7^\circ\text{C}/\text{km}$ ). Infine l'ultima parte visualizzata ha

28-jun-1998,12:00:00 Skew-t plot for rds16044 (28-Jun-1998,11:00:00).

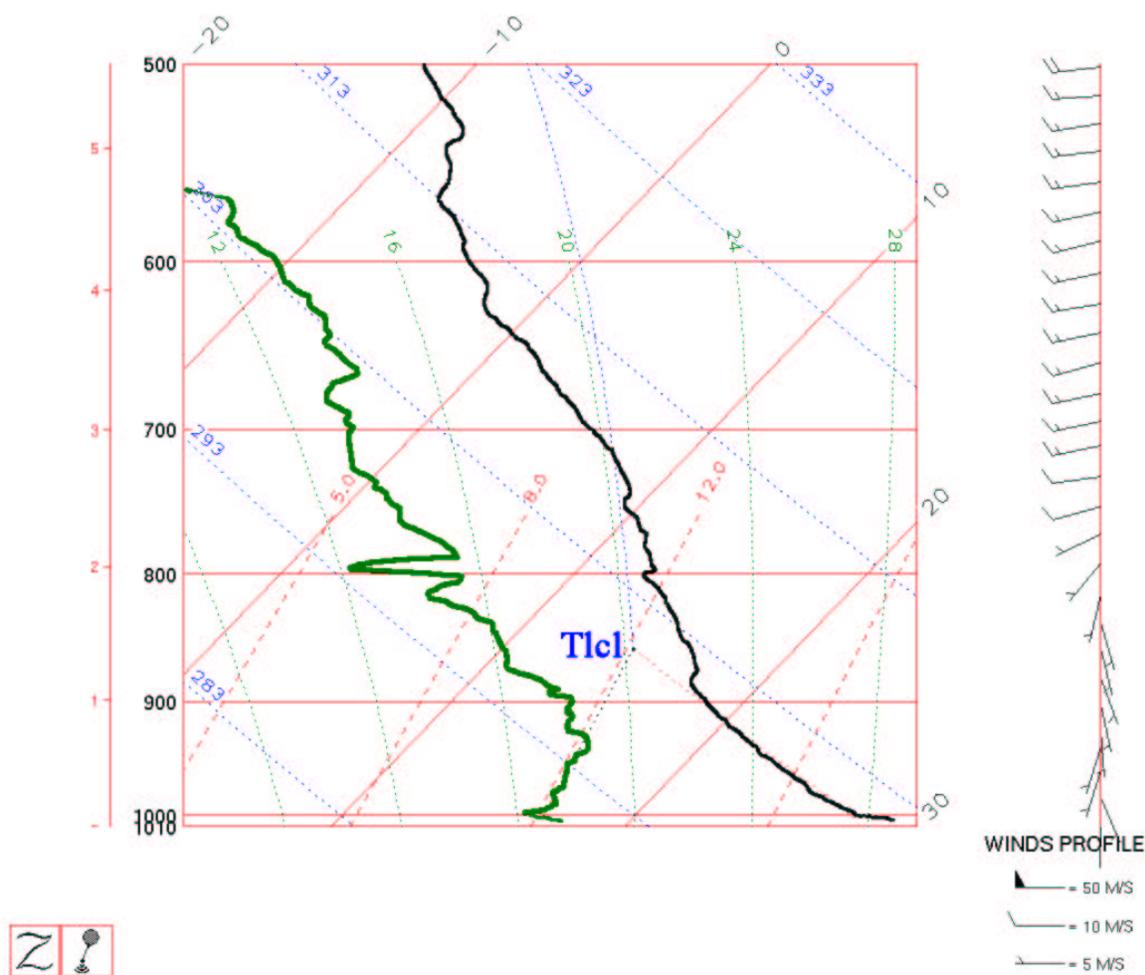


Figura 10: Diagramma skew-T del radiosondaggio effettuato a Campoformido (WMO 16044) il giorno 28 giugno 1998 alle ore 12 UTC. Le isoterme sono rette inclinate a  $45^\circ$ , le  $iso\Theta$  sono le curve tratteggiate ortogonali con le isoterme, le  $iso\Theta_e$  sono le curve tratteggiate quasi verticali. Le isoigrometriche (stesso  $q$ ) sono le rette più inclinate delle isoterme. La curva spessa a destra rappresenta la temperatura, mentre quella a sinistra rappresenta la temperatura di rugiada. Infine viene descritto il processo -secco fino l'LCL e poi saturo- che solleva adiabaticamente i bassi strati. Il vento orizzontale a diverse quote è rappresentato con le "barbe" a destra, come viene fatto di default dal software ZEBRA (dell'NCAR di Boulder) qui utilizzato.

un  $\Gamma$  inferiore all'adiabatica satura ( $\Gamma = 5.0^\circ\text{C}/\text{km}$ ) e arriva a 500 hPa (5811 m) con  $T = -11.8^\circ\text{C}$ ,  $T_d = -21.4^\circ\text{C}$  e un'umidità relativa di 45% ( $q = 1.4 \text{ g/kg}$ ). Per quanto riguarda i venti abbiamo una forte componente da sud nei primi 1700 m, mentre sopra i 2000 m la componente prevalente soffia da ovest.

Descriviamo ora il diagramma Theta-Plot (Morgan, 1992). L'idea principale è quella di rendere le pseudo-adiabatiche sature delle linee perfettamente *verticali*. Di conseguenza le isoterme non sono più rette ma sono leggermente curve. Le adiabatiche secche s'incurvano di più negli strati bassi, per tendere asintoticamente a rette verticali in quota.

Inoltre, in questo diagramma il sondaggio non viene rappresentato attraverso le misure di  $T$  e  $T_d$ , ma attraverso le temperature equivalenti potenziali (da cui il nome). In questo modo l'asse orizzontale acquista un suo significato "fisico" in quanto riporta la scala delle temperature equivalenti potenziali.

Come abbiamo visto nel capitolo precedente, se nella formula di Bolton,  $\Theta_e = \text{Bolton}(p, T, q)$  dell'equazione 30, sostituiamo  $T$  con  $T_d$  otteniamo la temperatura equivalente potenziale di rugiada,  $\Theta_{ed} = \text{Bolton}(p, T_d, q)$ , che è inferiore a  $\Theta_e$ , mentre se sostituiamo il rapporto di mescolanza con quello saturo per quella temperatura otteniamo la temperatura equivalente potenziale satura,  $\Theta_{es} = \text{Bolton}(p, T, q_s)$ , che è superiore a  $\Theta_e$ . Quando l'aria è satura  $T = T_d$  e  $q = q_s$  per cui i tre valori coincidono. Sono proprio queste le tre variabili che plottate in questo diagramma descrivono le proprietà termodinamiche dell'atmosfera.

La  $\Theta_e$  è la curva che viene plottata centralmente e la sua intersezione con le isoterme fornisce il valore della temperatura di bulbo bagnato  $T_w$ . La  $\Theta_{es}$  (curva più a destra) interseca sulle isoterme la temperatura dell'aria a quella quota, sulle iso $\Theta$  la temperatura potenziale e sulle isoigrometriche (le linee un po' più inclinate delle isoterme) il rapporto di mescolanza saturo  $q_{sat}$ . Similmente,  $\Theta_{ed}$  (curva a sinistra) interseca sulle isoterme la temperatura di rugiada e sulle isoigrometriche il rapporto di mescolanza dell'aria a quella quota.

In figura 11 è riportato il Theta-Plot dello stesso sondaggio mostrato prima nello skew-T. Si può subito notare come sia molto semplice seguire i processi adiabatici saturi e in particolare come le considerazioni fatte precedentemente sul lapse rate  $\Gamma$  dei vari strati rispetto a quello saturo  $\Gamma_w$  siano immediatamente riconoscibili: basta vedere se  $\Theta_{es}$  aumenta o cala con la quota.

Ma il grande vantaggio nell'uso di questo tipo di diagramma è nella valutazione dell'*instabilità potenziale*, come vedremo in dettaglio nei prossimi capitoli, anche relativamente al sondaggio di figura 11.

28-jun-1998,12:00:00 Theta plot (rds16044).

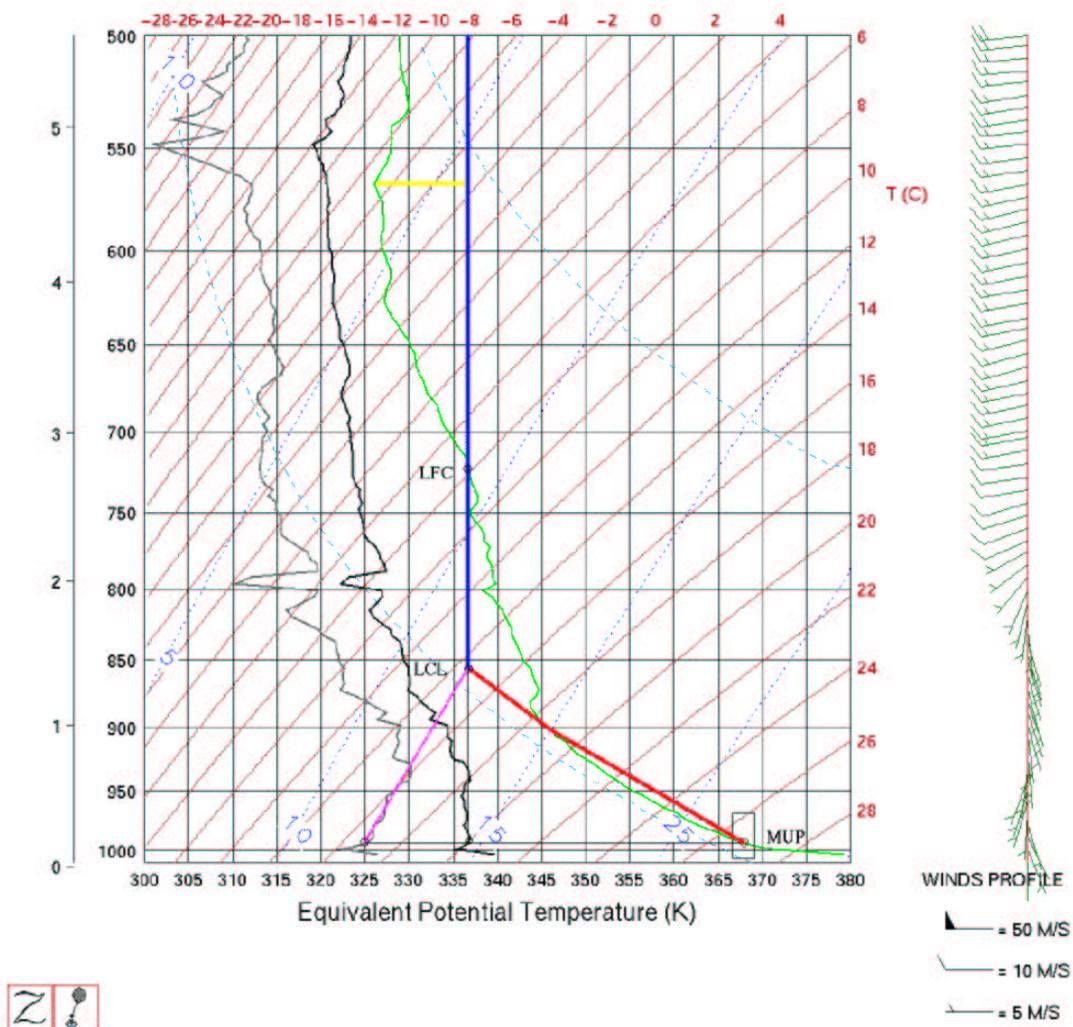


Figura 11: *Theta-Plot del radiosondaggio effettuato a Campofornido (WMO 16044) il giorno 28 giugno 1998 alle ore 12 UTC. Le isoterme sono curve inclinate a 45°, le iso $\Theta$  sono le curve tratteggiate circa ortogonali con le isoterme, le iso $\Theta_e$  sono rette verticali. La curva a destra rappresenta la  $\Theta_{es}$ , quella centrale la  $\Theta_e$ , mentre quella a sinistra la  $\Theta_{ed}$ . Infine viene descritto il processo -secco fino l'LCL e poi saturo- che solleva adiabaticamente i bassi strati (MUP).*

### 4.3 Alcuni esempi

Riportiamo di seguito alcuni radiosondaggi effettuati dall'Aeronautica Militare della base di Campofornido durante l'anno 2002. Tali sondaggi sono stati effettuati tramite una radiosonda Väisälä RS 90. La sua peculiarità è quella di avere due sensori di umidità, funzionanti alternativamente, con quello inattivo che viene riscaldato per eliminare eventuali tracce di ghiaccio. Le misure effettuate, ogni secondo, sono pressione, temperatura e umidità, mentre quelle derivate sono temperatura di rugiada e altezza geopotenziale (applicando l'equazione ipsometrica). Infine i venti orizzontali vengono calcolati tramite un sistema di localizzazione basato su GPS o su Loran. La sonda viene agganciata ad un pallone in lattice riempito di elio che la solleva fino circa 30 km, dove esplode. La sonda infine precipita con un paracadute.

Come il sondaggio visualizzato nel precedente Theta-Plot, anche quello di figura 12 è un sondaggio estivo (30 luglio), ma mentre il primo era delle 12:00 UTC e quindi aveva uno strato superficiale molto caldo (superadiabatico), questo è delle 06:00 UTC (le 8 locali) e risente ancora del forte raffreddamento superficiale. Infatti nei bassi strati è presente un'inversione con la temperatura che cresce dai 19.8 °C al suolo ai 24.6 °C 400 m più in alto.

Sopra i 500 m s.l.m. (che possono qui rappresentare l'altezza del PBL) c'è uno strato adiabatico secco, che si estende fino alla quota di 2076 m. Segue un andamento quasi saturo (a temperature sotto zero la saturazione si raggiunge rispetto al ghiaccio, e quindi con umidità relativa sull'acqua liquida anche sensibilmente inferiore al 100%), fino alla tropopausa, situata a 12000 m.

L'esempio successivo (figura 13) mostra invece una tipica inversione invernale: siamo infatti alle ore 12 UTC del 23 dicembre 2002. I primi 1030 m di atmosfera sono quasi completamente saturati da nubi stratiformi basse. A 1132 m s.l.m. comincia una forte inversione (un vero e proprio "tappo") con la temperatura che cresce da -1.4 °C fino a 9.9 °C, raggiunti a 1263 m di altitudine. Quindi parliamo di un aumento di temperatura di 11.3 °C in soli 131 m, passando dal 100% di umidità a solo il 35%. Da notare anche la grande differenza nella direzione del vento uscendo dalla nube. Segue quindi uno strato adiabatico secco fino alla quota di 3000 m, che può essere identificata come il top del PBL. Dopo uno strato di 200 m isotermi (a circa -3.5 °C) parte un profilo termico simile all'adiabatica saturo (sebbene il contenuto d'acqua sia sempre inferiore alla saturazione) fino alla tropopausa, situata a 12630 m in corrispondenza di un forte *getto* (il vento è di 180 km/h).

Il sondaggio di figura 14 presenta un caso di PBL particolarmente esteso. Infatti si vede come il 28 ottobre 2002 tutti i primi 3300 m siano quasi perfettamente adiabatici secchi, con  $\Theta_e \cong 297$  K. In cima al PBL troviamo la tipica inversione, con la temperatura che da -10.5 °C sale a -3.3 °C, 800 m più in alto.

Infine l'ultima figura, la 15, mostra un radiosondaggio completamente saturo, dopo i primi 600 m. Infatti a temperature inferiori allo zero termico la saturazione si raggiunge rispetto al ghiaccio e non all'acqua liquida, per questo sopra i 500 hPa le curve si discostano, pur rimanendo sempre "in nube".

30-jul-2002,05:00:00 Theta plot (rds16044).

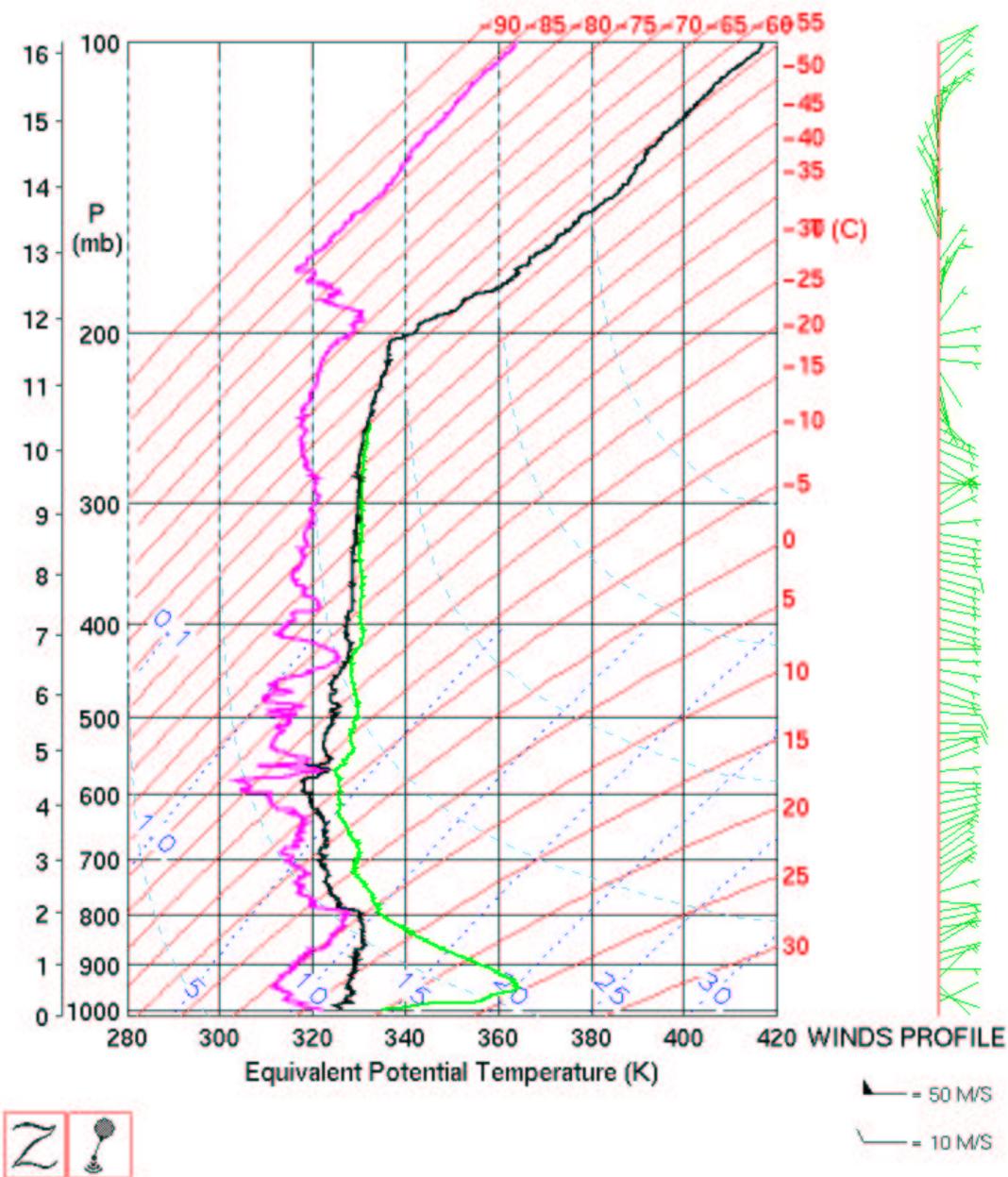


Figura 12: Theta-Plot del radiosondaggio effettuato a Campofornido (WMO 16044) il giorno 30 luglio 2002 alle ore 06 UTC. Si può notare una forte inversione al suolo seguita da uno strato quasi adiabatico secco e infine un profilo abbastanza vicino ad un'adiabatica saturata.



28-oct-2002,11:00:00 Theta plot (rds16044).

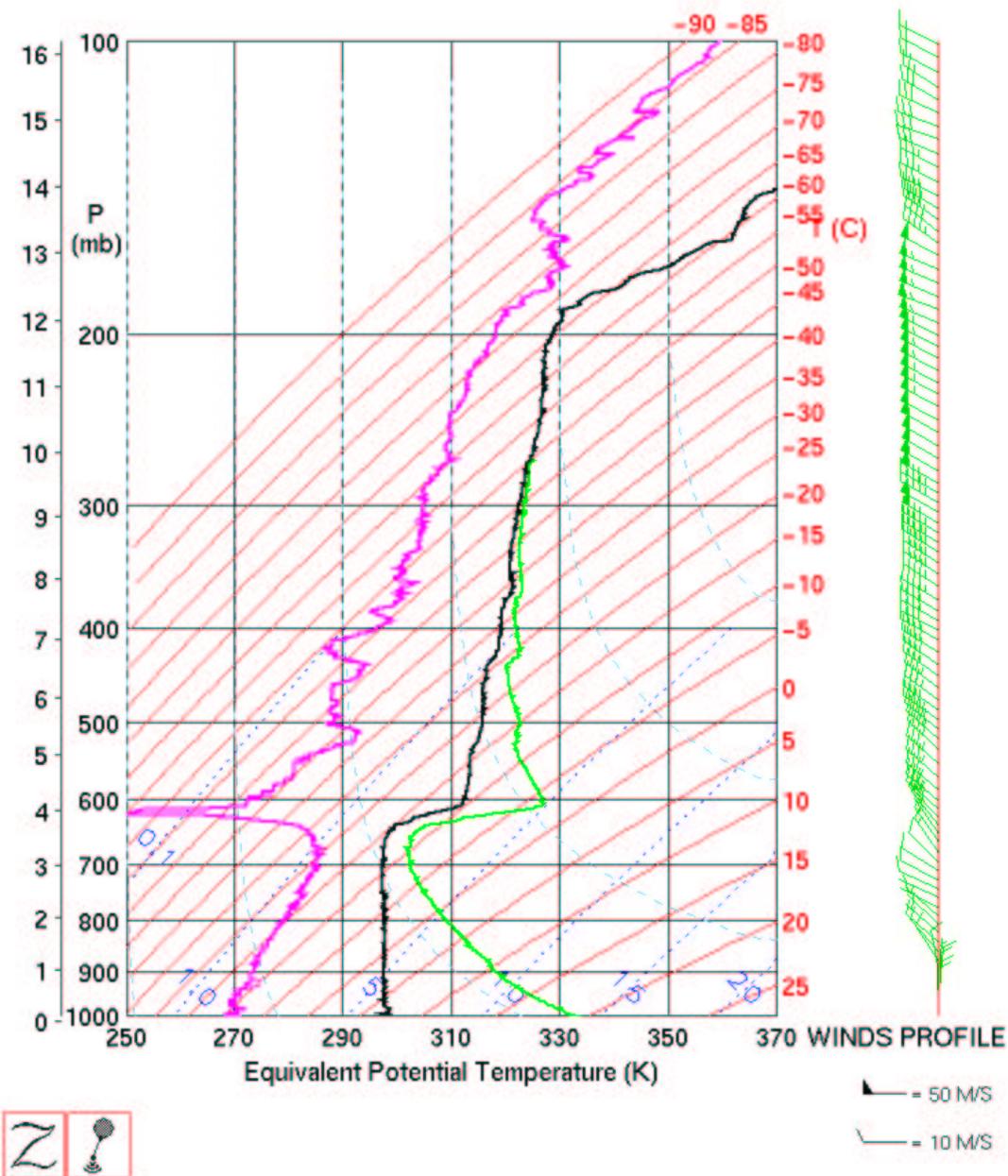


Figura 14: Theta-Plot del radiosondaggio effettuato a Campofornido (WMO 16044) il 28 ottobre 2002 alle ore 12 UTC. La costanza della  $\Theta_e$  e di  $q$  indicano come fino a 3397 m s.l.m. l'atmosfera segue un'adiabatica secca. Segue uno strato d'inversione spesso ben 800 m.

16-sep-2000,17:00:00 Theta plot (rds16044).

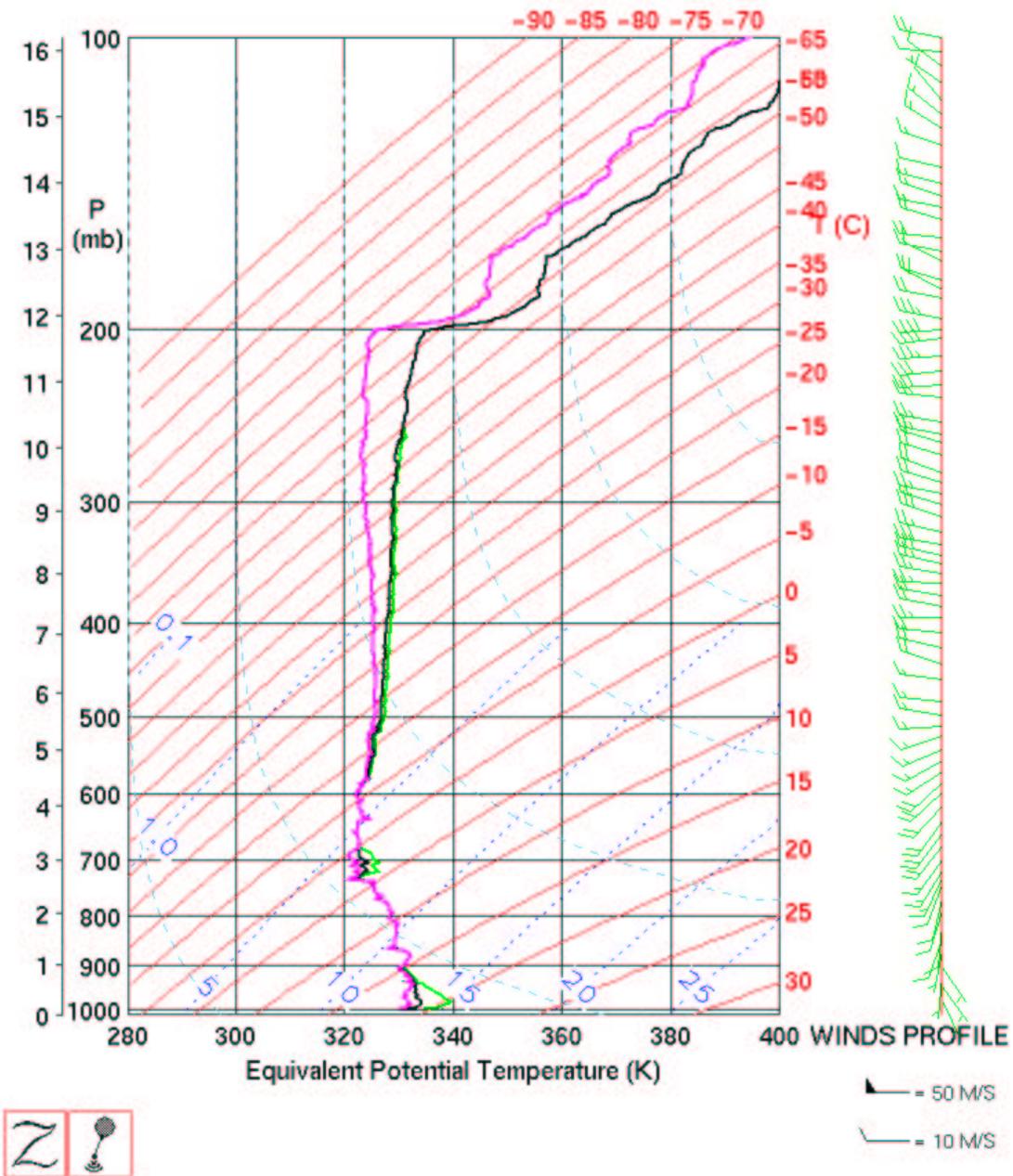


Figura 15: Theta-Plot del radiosondaggio effettuato a Campofornido (WMO 16044) il 16 settembre 2000 alle ore 18 UTC. Dopo i primi 600 m, tutta la colonna d'aria è satura fino in tropopausa, situata a 12 km s. l. m. (sondaggio effettuato con sonda RS 80)

## 5 Instabilità atmosferica

### 5.1 Instabilità statica

Uno strato di atmosfera viene definito *stabile* se il suo lapse rate è inferiore a quello dell'adiabatica umida, riferito a quella quota. Supponendo che il lapse rate tra  $z_1$  e  $z_2$  ( $z_1 < z_2$ ) sia  $\Gamma$  possiamo dire che quello strato è stabile se  $\Gamma < \Gamma_w(\frac{z_1+z_2}{2})$ .

In questo modo ci si assicura che se un *agente esterno* solleva adiabaticamente l'aria dalla quota  $z_1$  fino alla quota  $z_2$ , quest'aria sarà sempre più fredda dell'aria circostante (quella originale dello strato a  $z_2$ ) e quindi riceverà una spinta verso il basso, ovvero verso il punto iniziale. Questo concetto di stabilità è quindi mutuato dalla meccanica. Ad esempio uno strato d'inversione è stabile, perché il suo lapse rate è addirittura negativo.

Viceversa lo stesso strato viene definito *instabile* se il suo lapse rate medio è maggiore di quello dell'adiabatica secca,  $\Gamma > \Gamma_d$ . In questo modo se l'aria a  $z_1$  venisse sollevata fino a  $z_2$ , anche attraverso un'adiabatica secca, sarebbe sempre più calda dell'aria circostante presente alla quota  $z_2$  e quindi riceverebbe una spinta di Archimede verso l'alto, allontanandosi dal punto iniziale. Ad esempio uno strato superadiabatico è instabile perché la sua temperatura cala con l'altezza di più che nell'adiabatica secca.

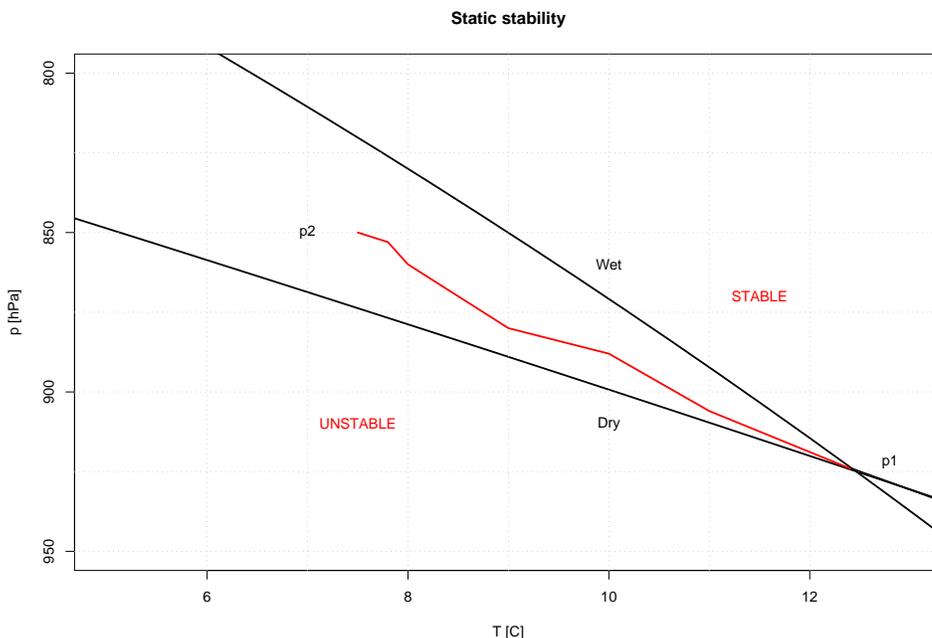


Figura 16: Lo strato di un radiosondaggio con  $p_1 = 925$  hPa e  $p_2 = 850$  hPa viene confrontato con i processi adiabatici secchi e umidi passanti per  $p_1$ . In questo caso il sondaggio è condizionatamente stabile.

Infine lo strato viene definito *condizionatamente instabile* se il suo lapse rate è intermedio tra l'adiabatica secca e umida,  $\Gamma_w < \Gamma < \Gamma_d$ . Infatti in questo caso

il sollevamento esterno potrebbe portare l'aria a temperature più alte o più basse dell'ambiente circostante a seconda del tasso di umidità dell'aria: se si raggiunge subito la saturazione e il sollevamento procede lungo un'adiabatica satura probabilmente l'aria risulterà più calda e quindi instabile. Se, viceversa, l'aria iniziale è molto secca e il sollevamento procede lungo un'adiabatica secca allora risulterà più fredda, e quindi stabile.

Di solito questo concetto di stabilità viene applicato a strati abbastanza sottili, ovvero si tratta di stabilità ai *piccoli spostamenti* rispetto al punto iniziale.

## 5.2 Instabilità potenziale

Molto più utilizzato in meteorologia è il concetto di *instabilità potenziale*, che coinvolge *grandi spostamenti* della particella iniziale. In pratica un livello basso del radiosondaggio alla quota  $z_1$  viene sollevato adiabaticamente ad una quota molto più alta  $z_2$  e confrontato con l'ambiente circostante: se è più caldo siamo in presenza di un sondaggio *potenzialmente* instabile. Affinché l'instabilità si realizzi è necessario però che un agente esterno compia un lavoro (non trascurabile in termini energetici) per sollevare l'aria fino alla quota dove questa particella diventa più calda dell'ambiente (rappresentato dal sondaggio a quella quota). Se questa condizione si può raggiungere allora tale quota viene definita come "Level of Free Convection" (LFC).

In pratica interessa sapere se i bassi strati, una volta sollevati adiabaticamente fino a quote comprese tra 2 e 6 km riescono a diventare più caldi (o più precisamente *meno densi*) dell'aria circostante. Se questo accade è probabile che la particella allora galleggi fino a quote molto alte o addirittura fino alla tropopausa, sollevando dell'aria ad alta energia in alta quota e convertendo tutto il calore latente di condensazione del vapore in energia cinetica. Questo è il meccanismo alla base della formazione dei temporali.

Se ritorniamo alla figura 11 e osserviamo il sollevamento adiabatico della particella indicata con "MUP" (Most Unstable Parcel, nel senso che è quella con la massima  $\Theta_e$ ), vediamo che, dopo l'LCL, il raffreddamento lungo l'adiabatica satura è molto lento e quindi si raggiunge rapidamente il punto (LFC) dove l'aria sollevata interseca la  $\Theta_{es}$  del sondaggio, ovvero dove diventa più calda dell'ambiente circostante. Da qui in poi non serve più fornire energia alla particella per sollevarla, ma sarà lei a compiere lavoro sull'aria circostante.

È possibile capire a priori se l'LFC esiste?

Guardando il Theta-Plot e ricordando che l'adiabatica satura è sempre una linea verticale che interseca l'asse delle ascisse al valore di  $\Theta_e$  della particella prescelta (perché  $\Theta_e$  si conserva durante tutto il sollevamento pseudo-adiabatico) si capisce come l'LFC esista se e solo se il massimo valore di  $\Theta_e$  nei bassi strati è superiore al minimo valore di  $\Theta_{es}$  nei medi strati. Da notare che  $\Theta_{es}$  a una certa quota è funzione solo della temperatura e non dell'umidità, perché  $q_{sat} = f(p, T)$ .

Circa 20 anni fa Morgan e Tuttle (1982) definirono un indice d'instabilità, chia-

mato *Maximum Buoyancy*, che è proprio la differenza tra la massima  $\Theta_e$  nei primi 250 hPa meno la minima  $\Theta_{es}$  nei “secondi” 250 hPa.

Con l'uso di questa grandezza è possibile definire un sondaggio come potenzialmente instabile se e solo se:

$$MaxBuo = Max(\Theta_{e|low}) - Min(\Theta_{es|mid}) > 0 \quad [K] \quad (33)$$

Tornando alla figura 11 il segmento orizzontale a circa 560 hPa di altitudine rappresenta proprio la *MaxBuo* pari, in questo caso, a circa 10.3 K: questo sondaggio è quindi un esempio di sondaggio potenzialmente instabile, ed infatti poche ore dopo la sua misurazione sulla pianura del Friuli Venezia Giulia ci furono dei forti episodi convettivi.

In generale, quindi, un sondaggio è potenzialmente instabile se ha dei bassi strati con alta  $\Theta_e$ , ovvero *caldi e umidi* (es.  $T = 25^\circ\text{C}$  e  $q = 12 \text{ g/kg}$ , cioè  $\Theta_e \cong 335\text{K}$ ), e degli strati medio–alti *freddi* (es.  $T = -15^\circ\text{C}$  a 500 hPa, cioè  $\Theta_{es} = 326\text{K}$ ).

È importante notare che a 500 hPa un calo di temperatura di  $x$  gradi corrisponde ad un calo di  $\Theta_{es}$  di circa  $2x$  gradi e quindi piccole variazioni di  $T(500)$  possono portare a grandi variazioni di instabilità potenziale. Per questo motivo d'estate è così frequente che ad ogni passaggio di fronte freddo, che raffreddi prima in quota e solo successivamente nei bassi strati (ad esempio perché “bloccato” dalle Alpi), siano associati temporali nella Pianura Padana.

Bisogna a questo punto ricordare, però, come l'instabilità potenziale non sia garanzia da sola dello sviluppo di temporali. Infatti è sempre necessario che un agente esterno sollevi l'aria calda e umida fino al suo LFC, fornendo l'energia necessaria. Di solito questo “agente” può essere un forte vento che spinge l'aria verso le montagne (sollevamento orografico), o una convergenza al suolo, o un fronte freddo o linea di groppo che fa scorrere l'aria calda sopra di sé, o infine una zona baroclina in cui, per motivi dinamici, è presente una forte velocità verticale verso l'alto.

### 5.3 Valutazione numerica dell'instabilità potenziale

A parte il – relativamente recente – indice d'instabilità chiamato *Maximum Buoyancy*, numerosi sono stati gli indici proposti lo scorso secolo per valutare l'instabilità di un radiosondaggio. Qui ne presenteremo solo alcuni.

Tra i più semplici, ma comunque basato sul sollevamento adiabatico di una particella iniziale (“Lifted Parcel Theory”) vi è il *Lifted Index* (Galway, 1956) definito come la differenza di temperatura tra la particella sollevata a 500 hPa e l'ambiente alla stessa quota:

$$LI = T_{e@500} - T_{p@500} \quad [K] \quad (34)$$

dove il simbolo “ $e@500$ ” indica “ambiente a 500 hPa” mentre “ $p@500$ ” indica “particella sollevata a 500 hPa”. Un valore negativo indica che la particella galleggia e quindi il sondaggio è potenzialmente instabile. Nella definizione originale del *Lifted Index* la particella iniziale usata è quella con le caratteristiche medie dei

primi 500 m di atmosfera. Noi suggeriamo, invece, l'uso della MUP, scelta come quello strato alto 30 hPa con la massima  $\Theta_e$  media nei primi 250 hPa di atmosfera come proposto da H. Brooks e C. Doswell III (comunicazione personale, NSSL, Norman Ok). Ricordiamo anche che questo indice è solo una leggera modifica di quello originariamente proposto da Showalter (1953), che usava come particella iniziale l'aria misurata al livello di 850 hPa.

Un indice ancor più semplice, perché non fa uso della Lifted Parcel Theory ma solo di alcuni livelli standard (mandatory levels) del radiosondaggio, è il *K Index* (George, 1960):

$$KI = T_{@850} - T_{@500} + T_{d@850} - (T_{@700} - T_{d@700}) \quad [K] \quad (35)$$

con ovvio significato dei simboli. Empiricamente si vede che un valore di KI superiore a 25 °C è associato a fenomeni convettivi.

Passando invece a degli indici più complicati, perché *integrati* lungo il sollevamento adiabatico, troviamo la stima dell'energia necessaria per sollevare la MUP fino al suo LFC, che cerca di valutare quanto sia difficile "realizzare" l'instabilità potenziale. Seguendo la nomenclatura data da Colby (1984) si definisce *Convective Inhibition*, abbreviato in CIN, la quantità:

$$CIN = \int_{z_0}^{z_{LFC}} g \cdot \frac{\rho_e - \rho_p}{\rho_p} \cdot dz \quad [J/kg] \quad (36)$$

dove il termine  $B = g \cdot \frac{\rho_e - \rho_p}{\rho_p}$  è la forza di Archimede per unità di massa, ovvero la *buoyancy* applicata alla particella, che si ottiene partendo dall'equazione del moto verticale della particella, che, trascurando l'attrito, si scrive:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{dp}{dz} - g = B, \quad [m/s] \quad (37)$$

e applicando l'ipotesi idrostatica all'ambiente:  $\frac{dp}{dz} = -g \cdot \rho_e$ . Se, come di solito avviene, la densità della particella è maggiore di quella dell'ambiente fino all'LFC, allora  $B$  è negativa, così come lo è il CIN, a significare che bisogna fornire energia alla particella. Il CIN si misura in Joule per chilogrammo d'aria.

Per calcolare le densità dell'ambiente e della particella bisogna ricorrere alle definizioni di temperatura virtuale. Se sia l'ambiente che la particella contengono vapore, allora la differenza delle densità diventa una differenza tra le temperature virtuali:  $B = g \cdot \frac{T_{vp} - T_{ve}}{T_{ve}}$ , come già spiegato alla fine del paragrafo 2.1. L'uso di queste temperature invece di quelle normali è stato fortemente caldeggiato da Doswell e Rasmussen (1994).

Viceversa, se esiste l'LFC, sopra di esso sarà la particella ad essere più leggera dell'ambiente. Seguendo la nomenclatura data da Moncrieff e Green (1972) si definisce *Convective Available Potential Energy*, abbreviato in CAPE, la quantità:

$$CAPE = \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} g \cdot \frac{\rho_e - \rho_p}{\rho_p} \cdot dz \quad [J/kg] \quad (38)$$

dove  $z_{EL}$  è l'*Equilibrium Level*, ovvero il livello, raggiunto durante il sollevamento adiabatico, dove la particella ritorna ad essere più pesante dell'aria circostante. Normalmente nella nostra regione  $z_{EL}$  varia tra 2.5 km e la tropopausa (tipicamente situata a 11.5 km). Ovviamente si ha che  $CAPE \geq 0$ .

Nella nostra regione, tra aprile e settembre inclusi, circa il 65% dei radiosondaggi ha un LFC, ovvero sono potenzialmente instabili. Il loro CAPE ha un valore che può variare tra zero e 3000 J/kg, ma già con valori di poche centinaia di Joule per chilogrammo è facile che si sviluppino dei temporali, anche se solo il 36% dei sondaggi instabili è associato a fenomeni temporaleschi, come vedremo meglio nel prossimo capitolo.

Per avere un'idea più intuitiva di CAPE e CIN diciamo che possono essere rappresentati nello skew-T dall'area racchiusa tra il profilo di temperatura e il sollevamento adiabatico (sopra e sotto l'LFC rispettivamente). Su diversi sondaggi quest'area è sempre proporzionale al valore numerico del CAPE o del CIN, mentre così non accade sul Theta-Plot. Questo, al giorno d'oggi, non è un gran problema, in quanto CAPE e CIN non vengono più valutati graficamente, ma attraverso programmi al calcolatore, che magari implementano anche la correzione virtuale.

Va anche aggiunto che nel calcolo del CAPE è possibile considerare come adiabatica satura un processo reversibile, trattenendo nella particella il condensato. In tal caso il CAPE diminuisce a causa dell'aumento di densità della particella (per la quale si usa questa volta la temperatura virtuale di nube). Se però l'algoritmo implementa anche una fase di ghiacciamento, il calore latente di fusione riscalda l'aria e permette di recuperare in alta quota l'energia persa più in basso. Il valore di CAPE finale può essere sia inferiore (nella maggioranza dei casi) che superiore (in casi particolari, con alti rapporti di mescolanza iniziali) a quello calcolato con la temperatura virtuale. Per approfondimenti vedi Manzato e Morgan (2003).

È interessante notare come il CAPE possa essere pensato in termini di energia cinetica – per unità di massa – raggiunta dall'aria dentro l'*updraft*, che è la corrente ascendente del cumulonembo. Infatti basta ricordare che:

$$CAPE = \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} B \cdot dz = \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} \frac{dw}{dt} \cdot dz = \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} w \cdot dw = \frac{1}{2} \cdot w^2 \quad (39)$$

con  $w$  componente verticale del vento, ovvero updraft massimo.

Se convertiamo tutta l'energia del CAPE in energia cinetica è molto probabile che si sovrastimi l'updraft reale. Ad esempio un CAPE di 2000 J/kg porta a velocità verticali di 63 m/s, che sono inverosimili.

Noi suggeriamo invece di convertire in energia cinetica solo il CAPE integrato fino ai livelli intermedi, ad esempio finché la temperatura della particella che stiamo sollevando non abbia raggiunto una temperatura pari a -15 °C.

Il valore così calcolato rimane comunque la *massima* velocità teoricamente raggiungibile dentro l'updraft.

Questi sono i principali – ma non i soli! – indici d'instabilità *termodinamici*. Vi sono poi quelli dedotti dal campo dei venti ed infine quelli misti.

Per quello che riguarda i venti riportiamo solo le definizioni dei due principali indici. Se rappresentiamo i venti unendo i vertici dei vettori misurati alle diverse altitudini otteniamo una curva chiamata *odogramma*.

Si definisce quindi *shear* la lunghezza dell'odogramma divisa per l'altezza fino alla quale abbiamo rappresentato i venti. In termini matematici:

$$S = \frac{\int_{z_0}^{z_N} \left\| \frac{\partial \vec{W}}{\partial z} \right\| \cdot dz}{z_N - z_0} \cong \frac{\sum_1^N \|\vec{W}_n - \vec{W}_{n-1}\|}{z_N - z_0} = \frac{\sum_1^N \sqrt{(u_n - u_{n-1})^2 + (v_n - v_{n-1})^2}}{z_N - z_0} \quad (40)$$

dove si è indicato con  $\vec{W}_n$  il vento orizzontale misurato al livello  $n$ . Di solito  $z_N$  arriva fino in tropopausa, ma diversi studi recenti usano lo shear definito nei primi 6 km o anche solo nei primi 1000 m. Come abbiamo visto nel vento di Ekman, una rotazione oraria salendo con la quota (veering), è abbastanza comune nel PBL. Questo non va confuso con il veering *baroclino*, che viene associato – nell'emisfero nord – ad *avvezioni calde*, e che di solito favorisce il sollevamento (*lifting*) dell'aria.

Uno shear alto di solito favorisce i temporali, ma valori troppo alti (superiori a  $20 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$ ) possono inibire la formazione dei temporali più "grandi" (*supercelle*) e spezzare l'updraft in più parti, favorendo così i sistemi tipo *multicella*.

Viceversa la rotazione antioraria salendo con la quota (backing) è indice di avvezione fredda, che di solito è associata all'abbassamento verticale (*sinking*).

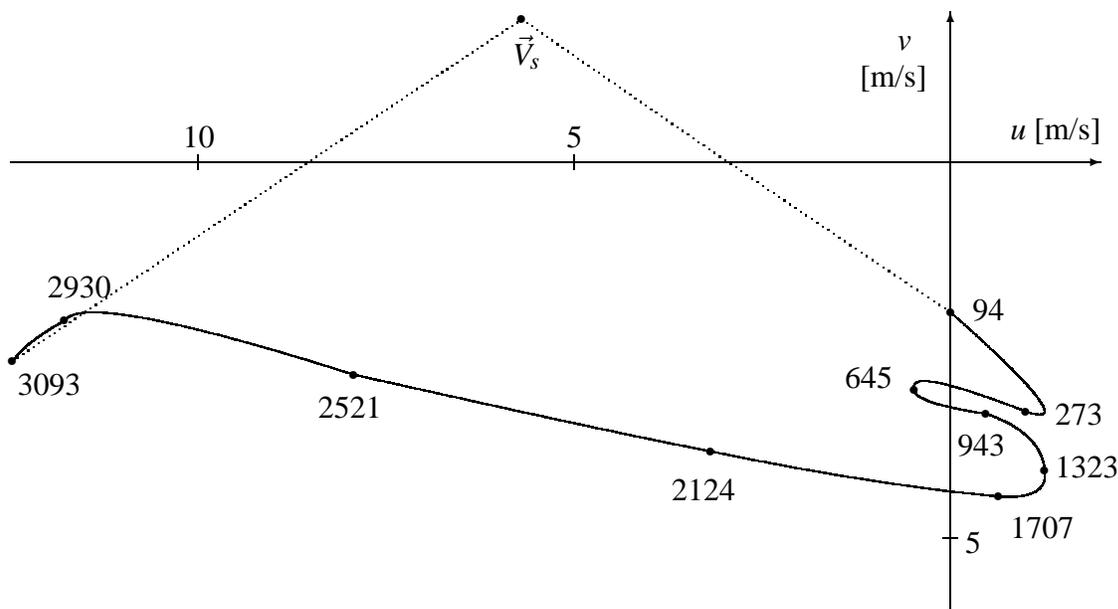


Figura 17: *Odografo dei primi 3 km del sondaggio fatto sopra Udine il 28 giugno 1998 alle 12 UTC. La curva continua rappresenta l'odogramma. Non vengono rappresentati tutti i livelli, ma solo valori medi, con a fianco l'altitudine.  $\vec{V}_s$  rappresenta la velocità media del temporale, usata nel calcolo dell'elicità relativa.*

Questo comportamento diverso a seconda della rotazione viene ben descritto dall'elicità (helicity), che è definita come l'area contenuta tra l'odogramma e l'origine

degli assi cartesiani.

Più usata ancora è l'elicità relativa al temporale (Davies–Jones, 1990), che è l'area della figura che si ottiene collegando inizio e fine dell'odogramma con la velocità media del moto dei temporali  $\vec{V}_s$ , che di solito è abbastanza legata al vento medio (pesato con la densità dell'aria) nei primi 6 km. Matematicamente:

$$H_{sr} = - \int_{z_0}^{z_N} \vec{k} \cdot (\vec{W} - \vec{V}_s) \times \frac{\partial \vec{W}}{\partial z} \cdot dz$$

$$H_{sr} \cong - \sum_1^N (u_n - u_s)(v_n - v_{n-1}) - (u_n - u_{n-1})(v_n - v_s) \quad (41)$$

di solito si usa  $z_N = 3000$  m. Più l'elicità relativa è grande e positiva e più dovrebbe essere favorito lo sviluppo dei temporali.

Vi sono infine gli indici misti, come ad esempio l'*Energy Helicity Index* (Davies, 1993), che mescola il CAPE con l'elicità relativa, per i quali si rimanda alla letteratura specifica, anche perché più usati per discriminare i casi di *tornadi*.

Per fare un esempio concreto degli indici fin qui descritti, riportiamo i valori ottenuti, per il sondaggio di figura 11, con i tre metodi diversi per implementare l'adiabatica satura.

variable	T	Tv	Tvc
CAPE [J/kg]	1124	1243	1220
CIN [J/kg]	-46	-15	-25
LCL (cloud base) [m]	1469	1469	1469
Tlcl (T base) [°C]	14.4	14.4	14.4
LFC [m]	2932	2080	2608
Melting Level [m]	4402	4587	4312
Equilibrium Level [m]	11506	11464	11857
Tropopause [m]	12514	12514	12514
Max Buoyancy [°C]	10	10	10
LI [°C]	-3.3	-3.9	-2.1
KI [°C]	29	29	29
Max Updraft [m/s]	30	33	26
Shear 12 km [ $10^{-3} s^{-1}$ ]	4.5	4.5	4.5
$H_{sr}$ 3 km [ $m^2/s^2$ ]	65	65	65

Da questi dati si capisce come il sondaggio del 28 giugno 1998 ore 12 UTC sia potenzialmente instabile, e come basti una piccola energia per sollevare l'aria calda e umida (la particella iniziale aveva  $q = 12.4$  g/kg e  $\Theta_e = 337.2$ K) al suo LFC e quindi realizzare un'energia cinetica notevole (superiore a 1000 J/kg). Va anche notato che l'LFC è alto quanto i picchi delle nostre Alpi Giulie e che il vento medio nei primi 3 km era da sud–ovest (vedi odografo), favorevole quindi al *lifting orografico*.

## 5.4 Cenni sulla formazione dei temporali

Finora abbiamo esposto una serie di concetti frammentari, che se uniti insieme possono fornirci un'idea approssimata di come funzioni un temporale.

All'inizio abbiamo di solito un profilo termodinamico stratificato in modo potenzialmente instabile, o quanto meno con una Maximum Buoyancy negativa ma prossima allo zero. Questo significa che negli strati inferiori ci sarà un volume d'aria con una  $\Theta_e$  relativamente più alta che negli strati sovrastanti (MUP).

Se si verifica un *innesco* (sollevamento orografico o dovuto ad un fronte freddo, convergenza al suolo, stratificazione instabile anche staticamente, ecc.) allora la MUP viene sollevata lungo un'adiabatica secca fino al suo LCL, dove si forma la base del temporale (di solito molto "piatta"). Sopra l'LFC la corrente ascendente (updraft) comincia ad aumentare la sua velocità e il raffreddamento dovuto al sollevamento adiabatico saturo (reversibile se tutto il condensato viene sollevato o pseudo-adiabatico se le goccioline precipitano) fa condensare sempre più vapore in goccioline di nube. Quando la buoyancy finisce (EL) la nube si arresta (ma non tutta alla stessa quota, perché c'è dell'inerzia) e il suo top tende quindi ad allargarsi dando origine alla caratteristica forma ad "incudine".

Di solito la precipitazione alle nostre latitudini si forma più secondo il meccanismo freddo (le gocce sovraffuse si depositano direttamente sui cristalli di ghiaccio) e quindi si generano particelle di ghiaccio chiamate *graupel* (fondamentale anche nei processi di separazione delle cariche, all'origine dell'elettrificazione dei temporali). Normalmente, quando il graupel precipita, si scioglie in pioggia, ma se per qualche motivo ricade dentro l'updraft può essere che venga riportato in alto, accumulando altro liquido. In questo modo si formano i chicchi di *grandine*, che sono fatti a "strati omogenei" per ognuna delle ascensioni avvenute dentro l'updraft. Una relazione approssimata tra la velocità dell'updraft e il diametro del massimo chicco di grandine che può essere sostenuto è data dalla formula di Weickmann (1953):

$$V_{max} = \sqrt{\frac{4 \cdot g \cdot d \cdot \rho_{ice}}{3 \cdot 0.6 \cdot \rho_d}} \cong 13.3 \cdot \sqrt{d} \quad (42)$$

dove  $\rho_d \cong 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{ice} \cong 0.9 \text{ g/cm}^3$  e  $d$  è espressa in cm (mentre  $V$  in m/s). Ad esempio un chicco di 5 cm ha una velocità terminale di circa 30 m/s, che corrisponderebbe ad un CAPE di 450 J/kg.

La precipitazione che cade nell'aria esterna al cumulonembo si trova in dell'aria non satura, e quindi comincia ad evaporare. In questo modo assorbe dal volume d'aria che attraversa il calore latente di evaporazione (uguale e opposto a quello di condensazione) e quindi l'aria si raffredda fino, al massimo, alla sua temperatura di bulbo bagnato iniziale.

In questo modo l'aria dell'ambiente attraversata dalla precipitazione diventa più densa di quella circostante e quindi si forma una forte corrente discendente (down-draft) che si presenta al suolo come un piccolo fronte freddo.

Quindi il temporale è una *macchina termodinamica* che trasforma l'aria calda e umida in precipitazione e flusso di aria fredda.

## 6 Analisi statistica degli indici d'instabilità

### 6.1 I casi di temporale in Friuli Venezia Giulia

Riguardo all'uso della statistica si rimanda a corsi specifici.

Qui ci limitiamo a esporre la semplice tecnica utilizzata (Manzato, 2003) per confrontare l'utilità dei diversi indici d'instabilità per la previsione a breve termine (nowcasting) dei temporali.

Per tale lavoro sono stati utilizzati i radiosondaggi effettuati con dovizia dall'Aeronautica Militare tra aprile a settembre degli anni 1995–2001. La base di Campofornido (WMO 16044) è tra i pochi siti al mondo ad effettuare un sondaggio ogni 6 ore e questo ha permesso di suddividere il periodo studiato in intervalli di 6 ore, ad ognuno dei quali veniva associato un radiosondaggio. Gli intervalli cominciavano dal momento del lancio (un'ora prima dell'ora sinottica a cui il sondaggio fa riferimento); ad esempio il sondaggio delle 12 UTC veniva associato all'intervallo temporale che va dalle 11:00 UTC alle 17:00 UTC.

Durante questi intervalli temporali è stata verificata la presenza di temporali nella pianura del Friuli Venezia Giulia tramite i dati sui fulmini forniti dal CESI/SIRF (Iorio e Ferrari, 1996).

Bastava un solo fulmine nube–suolo caduto dentro la target area (vedi figura 20) per “attivare” il caso.

Dei 5050 casi complessivamente analizzati, 1292 (circa il 25.6%) sono risultati attivi, ovvero un sondaggio ogni quattro è associato a temporali.

L'intervallo temporale 05–11 UTC è quello che ha avuto la frequenza inferiore

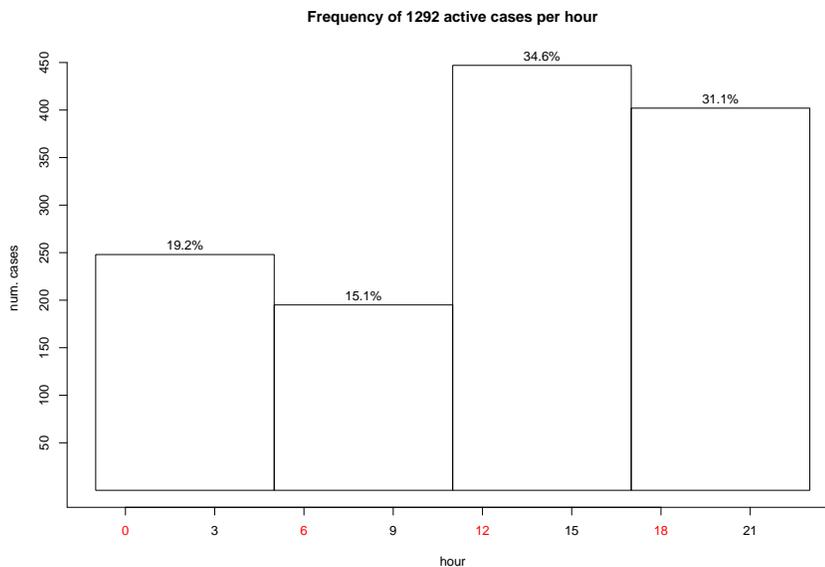


Figura 18: Numero di casi attivi per i quattro diversi periodi in cui è stato diviso ogni giorno (ore UTC), associati ognuno ad un sondaggio alle ore sinottiche.

di casi attivi (15%), mentre l'intervallo successivo, 11–17 UTC, quella maggiore (35%), come si può vedere nell'istogramma di figura 18.

Considerando invece i diversi giorni studiati (1273), si trova che ben 652 (51%) hanno avuto almeno un periodo attivo e quindi possiamo dire che in Friuli Venezia Giulia d'estate c'è mediamente un temporale ogni due giorni!

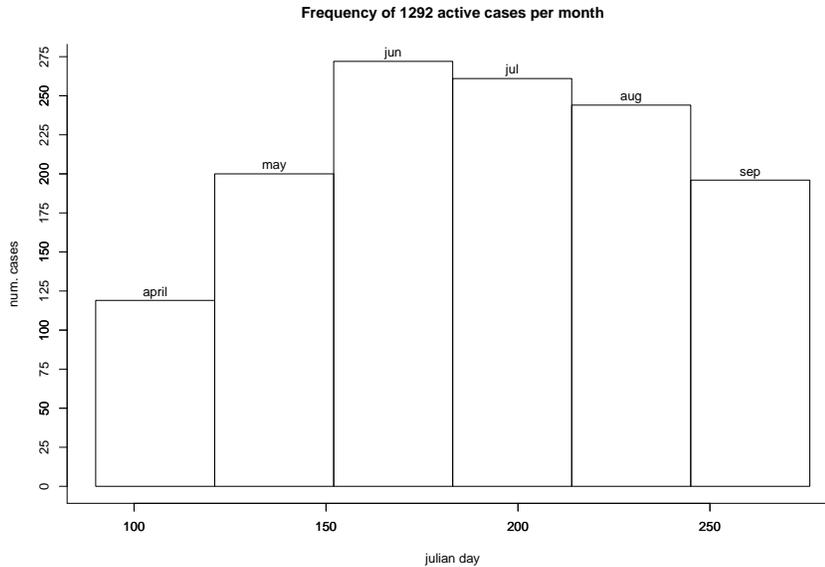


Figura 19: Numero di casi attivi a seconda dei sei mesi studiati, durante gli anni 1995–2001. In ascissa il giorno giuliano.

Studiando infine la distribuzione nei diversi mesi otteniamo l'istogramma di figura 19, dove si può notare che la frequenza massima di temporali avviene in giugno, ma anche in luglio e agosto è comunque molto alta.

## 6.2 Metodologia statistica

Vediamo ora come si possa collegare la distribuzione statistica di temporali appena vista con quella degli indici d'instabilità dedotti dai radiosondaggi associati.

Se consideriamo la distribuzione dei valori assunti da un indice d'instabilità  $X$  durante i 5050 casi possiamo cercare di vedere se quella associata ai casi attivi è statisticamente diversa da quella associata ai casi non attivi. Un semplice metodo per valutare ciò è quello di scegliere un valore di soglia  $\tilde{x}$  per quell'indice e costruire la tabella di *contingenza*, prendendo come caso “previsto” attivo ogni caso in cui l'indice è superiore alla soglia (proiezione dicotomica) e poi confrontando con i casi attivi osservati. Dalla tabella si possono calcolare diversi indici statistici per valutare la bontà della variabile nel discriminare la presenza di temporali.

In realtà la soglia andrebbe calcolata come miglior separatore in un sottocampio-

ne dei casi (capacità *descrittiva*) e poi usata sul sottocampione complementare – statisticamente indipendente – per trovare il valore rigoroso degli indici statistici (capacità *predittiva*). Per semplicità noi abbiamo invece scelto come soglia quella che fornisce il miglior *skill score* su tutto il campione, perchè non siamo tanto interessati al valore assoluto dello skill, quanto al confronto tra i diversi skill score ottenuti dai diversi indici d'instabilità.

Lo skill score prescelto è stato quello di Hanssen–Kuipers (Hanssen e Kuipers, 1965, abbreviato in KSS), chiamato a volte True Skill Score.

Facendo riferimento alla seguente tabella di contingenza:

$X > \tilde{x}$	<b>Yes<sub>obs</sub></b>	<b>No<sub>obs</sub></b>
<b>Yes<sub>for</sub></b>	act	false
<b>No<sub>for</sub></b>	miss	nonact

questo indice si definisce come  $KSS = (act \cdot nonact - false \cdot miss) / [(act + miss) \cdot (nonact + false)]$ . Un altro indice statistico usato per confrontare la bontà “predittiva” è il False Alarm Rate, definito come  $FAR = false / (act + false)$ .

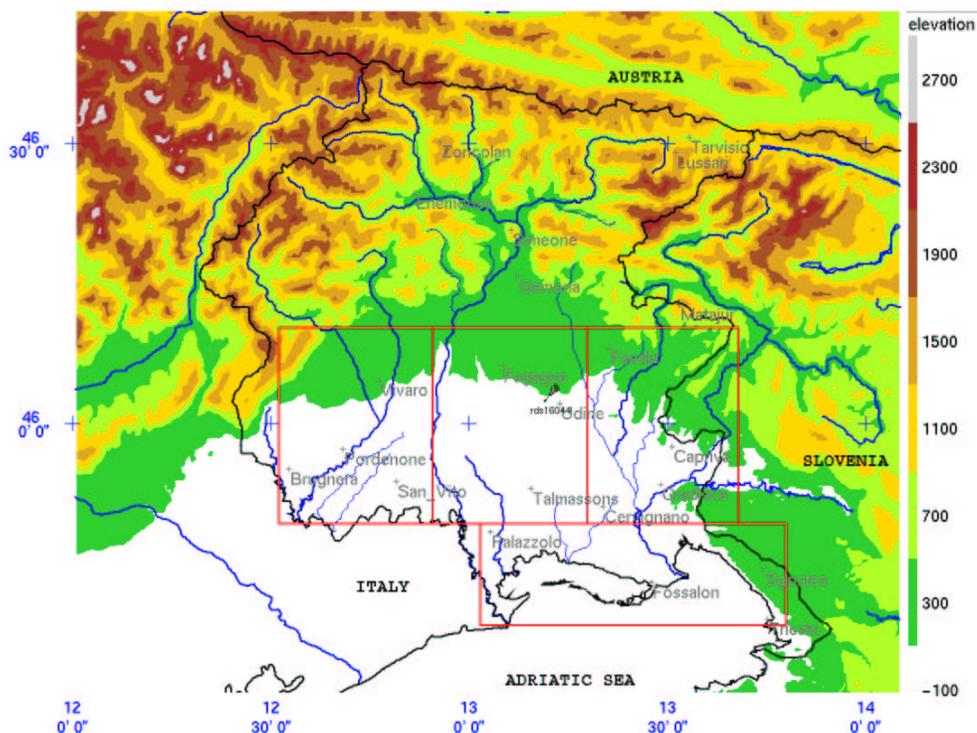


Figura 20: La mappa del Friuli Venezia Giulia con i 4 rettangoli rossi corrispondenti alle zone in cui è suddivisa la target area. Vengono mostrate anche le posizioni delle stazioni sinottiche gestite dall'ARPA–OSMER e la posizione del radiosondaggio di Udine (16044). L'orografia è in metri s. l. m.

Dalla tabella di contingenza è possibile calcolare anche molti altri estimatori statistici, ma per il nostro scopo abbiamo preferito limitarci a questi. Inoltre, per la

scelta della soglia  $\tilde{x}$  sono stati provati numerosi valori intermedi tra la mediana dei valori per i casi attivi e quella per i casi non attivi, scegliendo quella che massimizzava solo il KSS.

In questo modo possiamo valutare l'utilità di ogni indice per prevedere la possibilità che si formi un temporale nelle sei ore successive al lancio del radiosondaggio, usato per descrivere l'ambiente iniziale nel quale il temporale si svilupperà.

Il passo successivo è quello di chiedersi se questi indici possono dare qualche informazione anche sull'intensità del temporale previsto. In realtà non esiste una definizione di intensità di un fenomeno convettivo, e quindi abbiamo dovuto definire un parametro empirico adatto allo scopo. Dopo l'analisi di diverse variabili meteorologiche associate ai temporali sono state scelte solo le seguenti tre:

**num<sub>I</sub> numero di fulmini:** è il numero totale di fulmini caduti in tutta la target area (unione dei quattro rettangoli mostrati in figura 20) durante le sei ore associate ad ogni caso.

**rain pioggia totale:** all'interno di ogni sub-area (singoli rettangoli, ognuno ampio circa 1200 km<sup>2</sup>) è stato preso, solo per le ore con fulmini, il valore massimo di pioggia oraria misurata dalle stazioni presenti e questi quattro massimi sono stati sommati per le sei ore.

**wind vento massimo:** di tutti i dati di vento misurati ogni 5 minuti da tutte le stazioni è stato scelto il massimo, probabilmente associato al downdraft del temporale (corrente discendente dovuta all'evaporazione della pioggia).

Queste tre variabili sono state combinate in una sola, chiamata *CALCA6h* ("CALculated Convective Activity in 6 hours"), che viene definita come la somma del logaritmo naturale di uno più ognuna delle tre variabili precedenti, normalizzato al valore massimo misurato nel campione:

$$CALCA6h = \begin{cases} \frac{\frac{1}{8} \cdot \ln(1+num_I) + \frac{1}{6} \cdot \ln(1+rain) + \frac{1}{3} \cdot \ln(1+wind)}{2.9} & \text{se } num_I > 0 \\ 0 & \text{se } num_I = 0 \end{cases} \quad (43)$$

Per definizione *CALCA6h* = 0 se non ci sono fulmini, ovvero se il caso non è attivo. Il massimo storico (*CALCA6h* = 1) è avvenuto tra le 17 e le 23 UTC del 16 settembre 2000 (figura 15, che però non descrive "l'ambiente" quanto la nube stessa: si usa dire che il sondaggio è *contaminato*), quando 3872 fulmini caddero nella target area, la pioggia totale fu di 331 mm e il massimo wind gust raggiunse i 13.4 m/s.

Dai 1292 casi non attivi si ricava la distribuzione statistica di *CALCA6h* mostrata in figura 21. Si può notare come ci sia un picco di frequenza per valori bassi (intorno a 0.3), seguito da un lento calo fino a circa 0.7, dove comincia la coda (con maggior pendenza) dei casi più "intensi". In effetti i casi sopra 0.7 (212) sono spesso riportati nei mass-media come casi di forte maltempo e questa è una prova indiretta che questa variabile fittizia ha comunque un legame con la realtà dei fatti. Studiando questa coda dei casi più intensi si trova una distribuzione oraria molto simile a

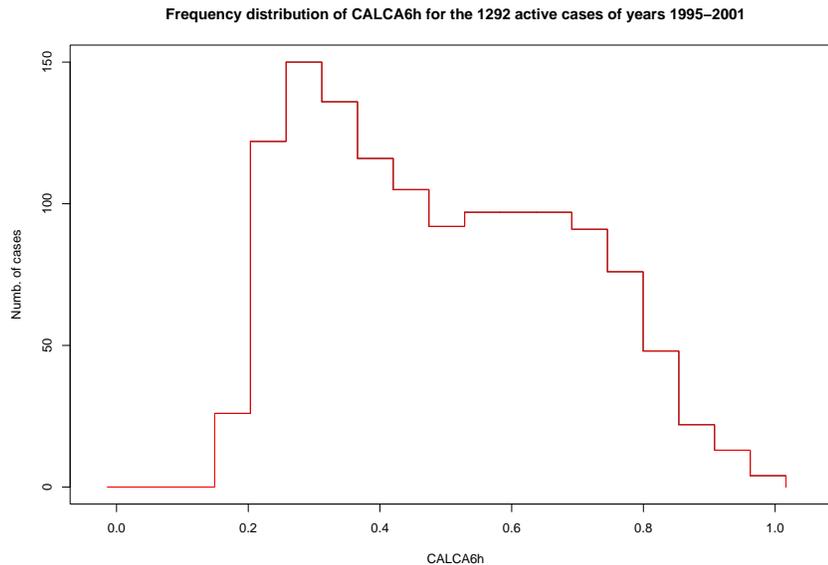


Figura 21: La distribuzione di frequenza per i valori di *CALCA6h* nei 1292 casi attivi. Notare che il minimo non parte da zero, ma dalla condizione di 1 fulmine e vento basso, ma sempre non nullo.

quella per tutti i casi, mostrata in figura 18. Per quello che riguarda la distribuzione nei sei mesi si ottiene invece qualcosa di sostanzialmente diverso dalla figura 19. Infatti si trova un forte calo del numero di casi in aprile, compensato da un aumento di quelli in settembre, che ha una frequenza di casi forti paragonabile a giugno e luglio e quindi superiore ad agosto.

L'aver definito una variabile continua in grado di dare indicazioni sull'intensità dei fenomeni temporaleschi ci permette di indagare se il valore assunto dal nostro indice d'instabilità  $X$  sia correlato con quest'ultima. La cosa più semplice da fare è una *correlazione lineare* tra il valore di *CALCA6h* e  $X$ , che verrà indicata come  $R_l^2$  se calcolata su tutti i casi (compresi gli zeri di *CALCA6h*), altrimenti come  $R_l^2$  se calcolata solo sui – più importanti – casi attivi.

### 6.3 Alcuni esempi

La metodologia esposta nel paragrafo precedente è stata applicata (Manzato, 2003) su 35 diversi indici derivati da radiosondaggio, ottenendo un metodo oggettivo per la loro valutazione. In queste brevi note riportiamo solo qualche esempio degli indici più significativi. Tra questi, gli indici migliori per discriminare la presenza di temporali sono stati il Lifted Index (usando però come particella iniziale quella con la massima  $\Theta_e$  nei primi 250 hPa) e il massimo updraft (usando però solo l'energia integrata fino a  $-15^\circ\text{C}$ , invece che fino all'Equilibrium Level), che ha ottenuto risultati alquanto migliori del CAPE.

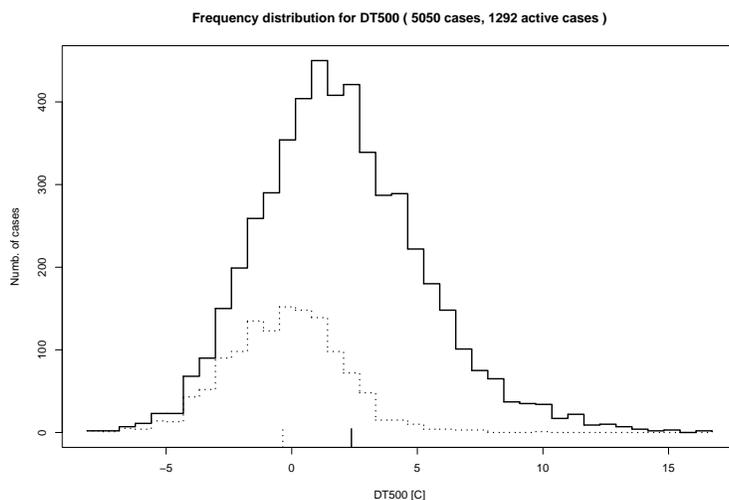


Figura 22: La distribuzione di frequenza per il Lifted Index, calcolato usando l'adiabatica reversibile durante il sollevamento. Le due barrette indicano la mediana dei soli casi attivi ( $0.09^{\circ}\text{C}$ ) e quella dei soli casi non-attivi ( $2.57^{\circ}\text{C}$ ).

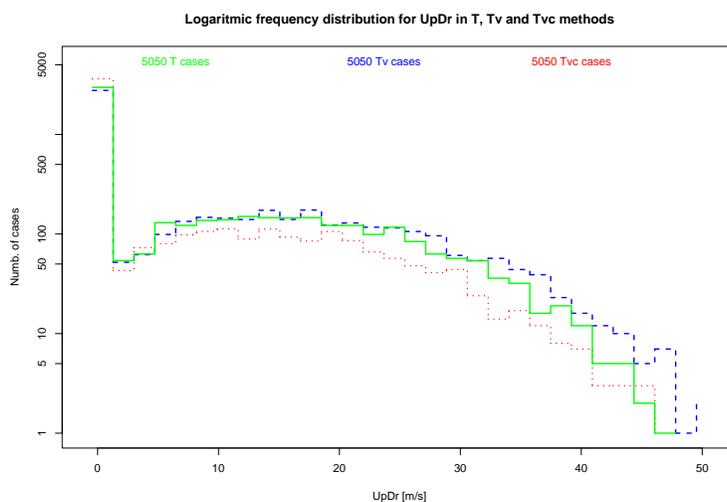


Figura 23: La distribuzione di frequenza dell'Updraft per tutti i casi, calcolata usando i 3 diversi processi adiabatici. Il primo bin contiene i casi non instabili.

Nella figura 22 possiamo vedere la distribuzione dei valori assunti dalla differenza di temperatura a 500 hPa (ovvero il Lifted index con la nostra definizione di MUP) in tutti i 5050 casi studiati (linea continua) e nel sottoinsieme dei soli casi attivi (linea tratteggiata).

Invece la figura 23 mostra la distribuzione (con ordinata logaritmica) del massimo updraft per tutti i 5050 casi, calcolato usando i tre diversi processi adiabatici saturi: pseudo-adiabatica "normale" (**T**), con correzione virtuale (**Tv**) o infine adiabatica reversibile (**Tvc**). Si nota come l'ultimo metodo abbia più casi potenzialmente non instabili (primo bin a sinistra più alto).

Riportiamo di seguito una tabella riassuntiva con i parametri statistici che caratterizzano questi due indici:

LI [°C]	5%	50%	95%	discr.	FAR	KSS	R <sup>2</sup>
<b>T</b> all (5050)	-3.05	1.57	7.59	1.42	0.570	0.441	0.148
<b>Tv</b> all (5050)	-3.45	1.42	7.57	1.40	0.579	0.432	0.142
<b>Tvc</b> all (5050)	-2.10	1.85	7.36	1.41	0.541	0.460	0.152
<b>T</b> active (1292)	-4.00	-0.36	3.02	-	-	-	0.0203
<b>Tv</b> active (1292)	-4.41	-0.54	2.93	-	-	-	0.0159
<b>Tvc</b> active (1292)	-2.98	0.09	2.96	-	-	-	0.0187

UpDr [m/s]	5%	50%	95%	discr.	FAR	KSS	R <sup>2</sup>
<b>T</b> all (5050)	0	0	27.97	0.41	0.533	0.458	0.177
<b>Tv</b> all (5050)	0	0	30.67	1.22	0.552	0.454	0.169
<b>Tvc</b> all (5050)	0	0	24.01	0.08	0.482	0.392	0.141
<b>T</b> active (1292)	0	14.01	33.02	-	-	-	0.0361
<b>Tv</b> active (1292)	0	15.91	35.77	-	-	-	0.0288
<b>Tvc</b> active (1292)	0	6.98	29.29	-	-	-	0.0253

Le prime tre righe mostrano i risultati ottenuti sull'intero campione, usando i tre diversi processi adiabatici saturi, mentre le tre successive quelli sul sottocampione dei soli casi attivi. Ovviamente la tabella di contingenza e gli indici statistici derivati si possono calcolare solo per il primo gruppo.

Le prime tre colonne danno un'indicazione numerica sulla distribuzione dei valori di questi indici (nel periodo da aprile a settembre), mostrando tre quantili, tra i quali la mediana. La quarta colonna mostra il miglior valore di soglia per il quale si sono ottenuti i FAR e KSS mostrati nelle due colonne successive. Infine l'ultima colonna mostra  $R_t^2$  nelle prime tre righe e  $R_f^2$  nelle ultime tre.

Il KSS massimo (circa 0.46) si è ottenuto col metodo **Tvc** per il LI, ovvero col metodo **T** per l'updraft. Per dare un'idea concreta di cosa significhi uno skill score di 0.46, mostriamo anche la tabella di contingenza relativa e altri estimatori statistici che da essa si possono dedurre:

$LI < 1.41$ °C	Yes	No
<b>Yes</b>	act = 998	false = 1175
<b>No</b>	miss = 294	nonact = 2583
Probability Of Detection	POD	0.772
Hit rate	HIT	0.709
False Alarm Rate	FAR	0.541
Bias forecast/real events	BIAS	1.68
Threat Score	TS	0.404
Heidke Skill Score	HSS	0.376
Kuipers Skill Score	KSS	0.460
Kuipers standard error	E(KSS)	0.013

Anche se la probabilità di prevedere il temporale è molto alta (77%) ci sono purtroppo molti falsi allarmi perché la previsione è “biassata” verso la presenza di temporali. Questo ci fa capire che un indice d'instabilità dedotto da sondaggio, preso da solo, rischia di essere fuorviante. Si può vedere che l'uso simultaneo di più indici (ad esempio tramite reti neurali) porta ad un miglioramento della capacità predittiva del sistema.

Gli indici di correlazione lineare delle due tabelle precedenti sono molto bassi. Vediamo il comportamento relativo ai due indici con le due migliori correlazioni sui casi attivi. Questi sono l'altezza dell'LFC e il K Index.

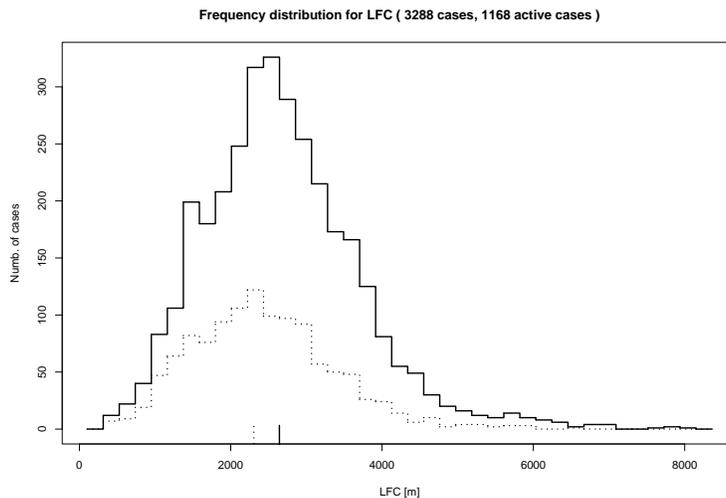


Figura 24: La distribuzione di frequenza del livello di convezione libera calcolata nel metodo **T**: linea solida per tutti i 3288 casi potenzialmente instabili e tratteggiata per il sottoinsieme dei 1168 casi attivi.

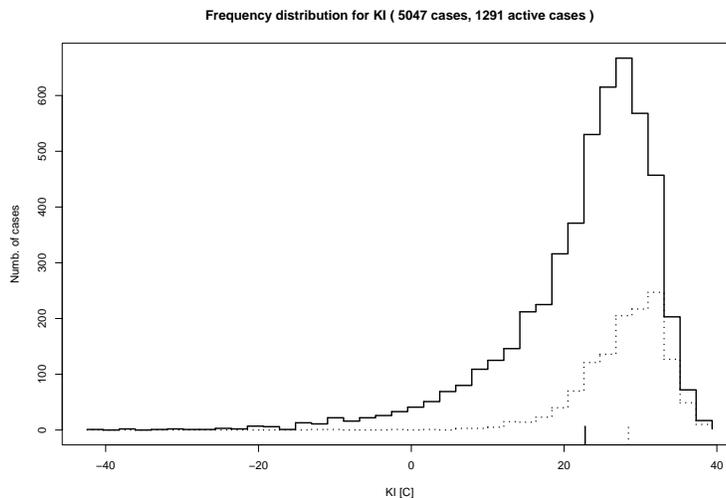


Figura 25: La distribuzione di frequenza del K index. Le barrette rappresentano le mediane dei casi attivi (28.4°C) e di quelli non attivi (22.8°C).

In figura 24 possiamo vedere la distribuzione di frequenza dell'altezza dell'LFC per i sondaggi potenzialmente instabili (65% del totale), con una prevalenza di casi

attivi per LFC più bassi.

Invece in figura 25 possiamo vedere la distribuzione di frequenza del K Index, calcolata su tutti i casi (tranne tre missing values) e solo sui casi attivi. Come ci si aspetta dalla letteratura, è più frequente avere temporali per valori alti del KI.

Nonostante le distribuzioni, per casi attivi e non, siano significativamente diverse, lo skill score che si ottiene è inferiore ai precedenti, in particolare per l'LFC.

Invece la correlazione lineare per i casi attivi è migliore, pur rimanendo, come valori assoluti, comunque bassa. Ciò si evince dalle seguenti tabelle:

LFC [m]	5%	50%	95%	discr.	FAR	KSS	R <sup>2</sup>
<b>T</b> all (3288)	1131	2530	4376	2330	0.546	0.175	0.052
<b>Tv</b> all (3402)	1067	2413	4103	2186	0.559	0.159	0.048
<b>Tvc</b> all (2965)	1111	2567	6065	2379	0.539	0.154	0.040
<b>T</b> active (1168)	1047	2306	3958	-	-	-	0.0866
<b>Tv</b> active (1191)	964	2186	3839	-	-	-	0.0790
<b>Tvc</b> active (1108)	1007	2368	4972	-	-	-	0.0576

KI [°C]	5%	50%	95%	discr.	FAR	KSS	R <sup>2</sup>
all (5047)	2.93	24.44	32.85	26.34	0.566	0.365	0.111
active (1291)	17.83	28.42	34.53	-	-	-	0.0781

KI ha due sole righe, perché viene calcolato senza fare il sollevamento adiabatico. Nonostante il valore di  $R^2 \cong 0.08$  sia basso, esso risulta statisticamente significativo, secondo il test di Kendall.

Empirical function between the mean CALCA6h and classes of KI ( 1291 cases )

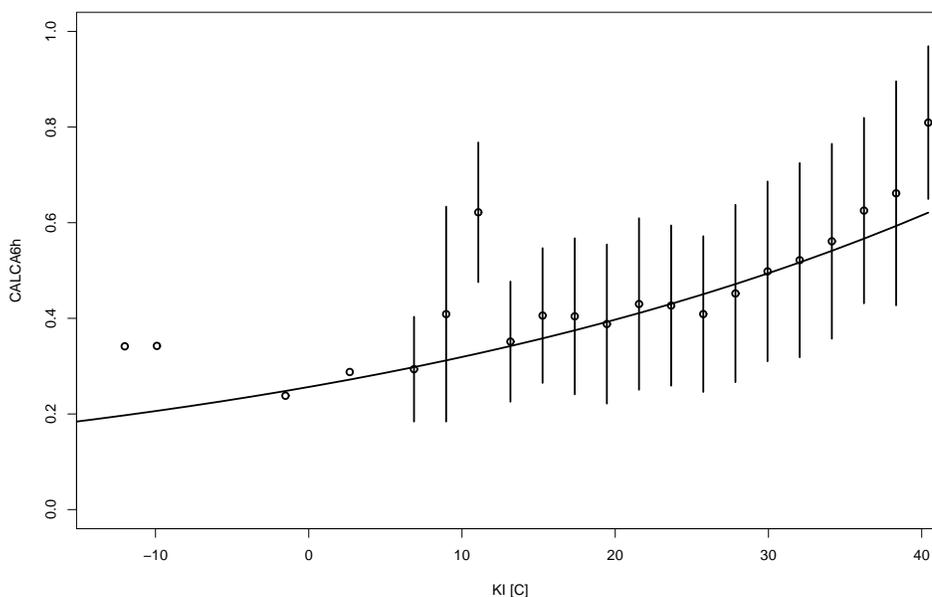


Figura 26: La relazione empirica tra KI diviso in classi (larghe circa 2.1°C) e il valor medio di CALCA6h per tutti i casi attivi appartenenti a quella classe. Le barre indicano  $\pm$  una deviazione standard e sono assenti se c'è un caso solo.

Per mostrare questa correlazione la figura 26 mostra il K Index diviso in classi e nel centro di ogni classe viene riportato il punto corrispondente al valor medio di  $CALCA6h$ , calcolato per tutti i casi attivi che cadono in quella classe. Le barre sopra e sotto il punto indicano il valore della deviazione standard dei valori di  $CALCA6h$  contenuti in quella classe e sono assenti se la classe contiene un solo punto.

Questa relazione empirica viene quindi fittata con una curva esponenziale, trovata pesando i singoli punti con il numero di elementi contenuti in ogni classe (non visibile in figura). Ci sono solo 15 casi attivi (corrispondenti all'1.2% dei casi attivi) con KI sotto la soglia dei 12 °C, mentre i punti con valori più alti vengono approssimati bene dalla curva esponenziale:  $\frac{1}{3.9} \cdot e^{\frac{KI}{45.7}}$ . L'ultima classe (oltre i 40 °C) contiene solo due casi e per questo non pesa molto nell'interpolazione.

Anche nel caso delle correlazioni lineari, come per lo skill score, usando contemporaneamente le informazioni date da più indici si ottiene un risultato migliore. Per esempio, se noi definiamo il nuovo indice  $NKI = KI/\sqrt{LFC}$  otteniamo per esso una correlazione pari a  $R_7^2 = 0.104$ . Il significato fisico di questo indice è quello di riscaldare l'instabilità rappresentata dal KI con l'altezza alla quale bisogna sollevare l'aria per realizzare tale instabilità.

## 7 Conclusioni

In queste considerazioni sul profilo verticale dell'atmosfera ci siamo occupati di diversi aspetti: da accenni di microfisica delle nubi, per approssimare al meglio i processi adiabatici, fino a cenni di statistica per confrontare l'utilità dei diversi indici d'instabilità. Le scale di cui ci siamo occupati vanno da quella sinottica, per capire il vento geostrofico, alla mesoscala, usata per descrivere il PBL, o addirittura alla scala locale, per le variazioni del surface layer.

Dopo due capitoli "teorici", necessari per descrivere i processi fisici alla base della stratificazione atmosferica, abbiamo mostrato alcuni casi reali e abbiamo cercato di suddividere i sondaggi in strati "omogenei" per comportamento. Infine abbiamo introdotto la Lifted Parcel Theory e il concetto d'instabilità potenziale, utile per derivare molti indici d'instabilità, che cercano di "riassumere" le caratteristiche del sondaggio in *pochi numeri*.

È doveroso concludere ricordando che, per quanto utili possano essere questi indici, essi non possono "sostituirsi" al radiosondaggio stesso e alla sua analisi "visiva".

Nell'epoca attuale la meteorologia sta diventando, grazie all'avvento di computer sempre più potenti, una disciplina sempre più "numerica", basata pesantemente sulle previsioni e anche sulle *reanalisi* fatte dai modelli numerici. Noi crediamo ancora alla "meteorologia diagnostica", in cui l'analisi visiva dei dati misurati (e non filtrati dalle routine di assimilazione) possa fornire preziose indicazioni, in particolare per la previsione a breve termine e il nowcasting.

Oltre all'analisi del radiosondaggio plottato su diagramma termodinamico, ci pare molto utile anche una visualizzazione di tipo "altezza-tempo", come quella di figura 27, in cui si può notare la *complessità* associata ai cambiamenti temporali del

profilo verticale dell'atmosfera.

17-jun-2002,18:00:00 (instability) Contour plot of rds16044. XY Graph:th-grid. XYWind:tc-sndwinds. Contour plot of rds16044. XY Graph:pads. XY Graph:pads.0.

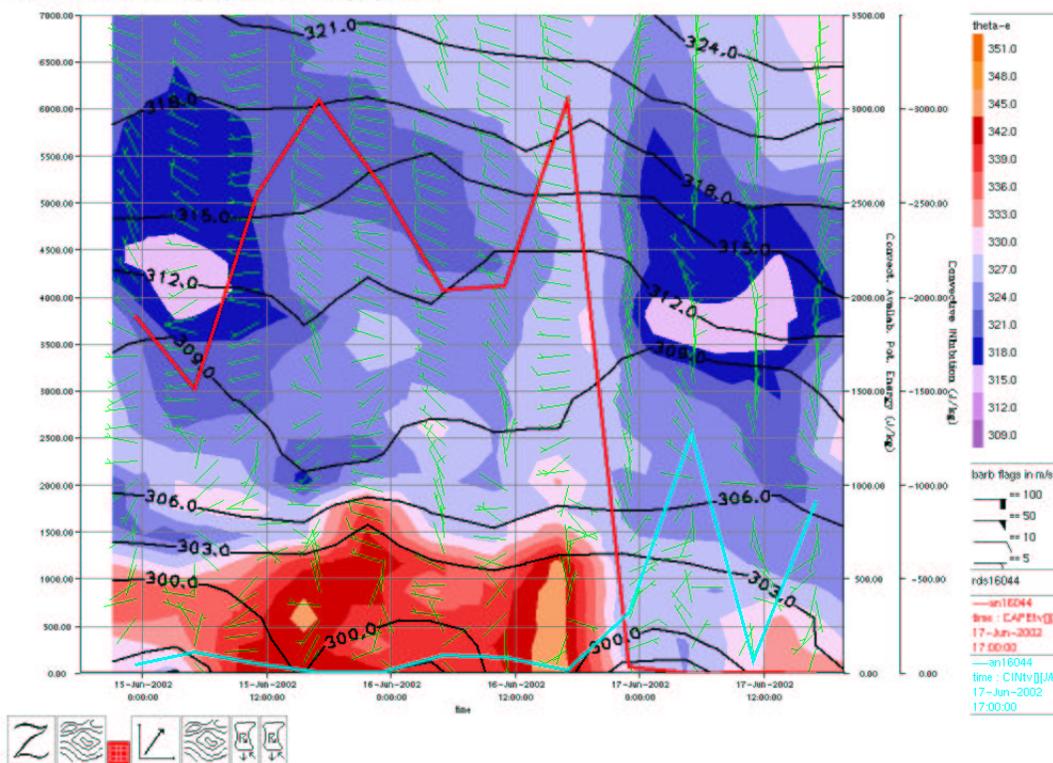


Figura 27: Serie temporale dei primi 7000 m misurati dai radiosondaggi di Udine (WMO 16044) dalle 00 UTC del 15 giugno alle 18 UTC del 17 giugno 2002, ogni 6 ore. Il campo colorato è la  $\Theta_e$ , le linee nere la  $\Theta$ , ogni 3 K, la linea rossa rappresenta il CAPE (scala a destra), mentre quella cyan il CIN. Le “barbe” verdi indicano i venti orizzontali a quella quota, secondo la convenzione riportata nella scala a destra. Immagine fatta col software dell’NCAR “Zebra”.

In questa figura si può anche vedere sovrapposta la serie temporale del CAPE, i cui valori, superiori a 3000 J/kg, sono tra i massimi mai registrati negli ultimi 10 anni. In particolare il sondaggio del 16 giugno alle 18 UTC mostrava come nei primi 1000 m la  $\Theta_e$  fosse superiore a 345 K, il che determinò la forte instabilità potenziale. Nonostante l’attività convettiva fosse cominciata già alle ore 12 UTC ( $CALCA6h = 0.37$ ), i temporali più forti si scatenarono dopo le 17 UTC ( $CALCA6h = 0.81$ ), quando caddero al suolo più di 300 fulmini ed anche una tromba d’aria venne segnalata nella zona di Sacile (PN).

Da notare il forte calo di  $\Theta_e$  sia nei bassi strati (circa 18 K), come in quelli intermedi (circa 12 K), probabilmente causato solo dal passaggio del temporale, anche se la contemporanea rotazione (da ovest a nord) dei venti nei medi strati potrebbe far pensare al passaggio di un fronte.

Sia il dettaglio di queste osservazioni termiche, sia quello dei venti, riescono a descrivere il profilo dell'atmosfera, e in particolare del complesso PBL, in modo tale che difficilmente un modello numerico potrà raggiungere.

## Ringraziamenti

Molte sono state le persone che mi hanno permesso di scrivere questi appunti, e che mi sento di ringraziare. Dal direttore dell'OSMER e dal collega Fulvio Stel che hanno coordinato la collaborazione con l'Università di Udine, spunto iniziale per la stesura di queste note, agli altri colleghi del centro, le cui discussioni sui radiosondaggi mi hanno sempre stimolato.

Voglio poi lodare la professionalità del personale "radiosonda" della base militare di Campoformido (UD), che con passione raccoglie ogni 6 ore questi dati così preziosi. Uno speciale ringraziamento merita anche il laureando in Fisica, dell'Università di Trieste, Arturo Pucillo, che, durante il periodo di tesi passato all'OSMER, ha fatto da cavia per queste pagine. Il laureando Ivan Gladich, sempre dell'Università di Trieste, ha gentilmente rivisto l'appendice sul sollevamento orografico.

Un grazie generalizzato anche a quella che viene comunemente identificata come la "GNU-generation", per aver messo a disposizione della comunità degli strumenti gratuiti e potenti, come PYTHON, **R**, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Emacs, ZEBRA (creato all'NCAR di Boulder, CO) e *Linux* stesso, con i quali è stato sviluppato tutto questo lavoro.

Infine un grazie di cuore a Griffith Morgan Jr. per averci "iniziati" con pazienza all'arte dell'analisi del radiosondaggio.

*agostino.manzato@osmer.fvg.it*

Cervignano del Friuli, 5 febbraio 2003.

*(revisione del 30/11/2005)*

## 8 Appendice sul sollevamento orografico

Riportiamo infine alcune considerazioni sul sollevamento di aria lungo le montagne, che, pur esulando dal contesto dei moti convettivi, sono fortemente legate ai concetti di stabilità atmosferica esposti nei capitoli precedenti.

Abbiamo visto come l'aria stratificata in modo instabile si possa facilmente sollevare. Invece ora ci chiediamo come sia possibile valutare quanto è difficile sollevare l'aria stratificata in modo *stabile*.

Si può definire il lapse rate della temperatura equivalente potenziale  $\Theta_e$  e l'accelerazione di buoyancy media associata allo strato  $H$  come:

$$\Gamma_{\Theta_e} = \frac{d\Theta_e}{dz} \quad [\text{K/m}], \quad B = g \cdot \frac{\Delta\Theta_e}{\Theta_e} = g \cdot \frac{\Gamma_{\Theta_e} \cdot H}{\Theta_e} = N^2 \cdot H \quad [\text{m/s}^2] \quad (44)$$

dove  $\overline{\Theta_e}$  è la  $\Theta_e$  media nella colonna d'aria che si estende dal suolo all'altezza  $H$ , presa per esempio come quella a cui la pressione sia calata di 250 hPa rispetto al suolo ( $H \cong 2500$  m). Nella seconda equazione abbiamo introdotto anche la frequenza di Brunt-Väisälä definita come:  $N^2 = \frac{g}{\Theta_e} \cdot \frac{d\Theta_e}{dz}$ , che si misura in  $[\text{s}^{-2}]$ . Sia  $\Gamma_{\Theta_e}$  che  $B$  che  $N$  sono tre modi diversi di valutare la stabilità della stratificazione. Quando  $N^2$  è positivo (cioè lo strato è stabile) si può definire un parametro tipico del sollevamento orografico, chiamato Froude number e così definito:

$$F = \frac{V}{N \cdot H} = \frac{V}{\sqrt{B/H} \cdot H} \quad [] \quad (45)$$

dove  $V$  è la velocità media del vento ortogonale alle montagne, sempre nei primi 250 hPa. Ovviamente se  $N^2 < 0$  l'atmosfera è potenzialmente instabile e i moti saranno convettivi (verticali) piuttosto che di sollevamento orografico.

Per un tipico sondaggio stabile ( $\Gamma_{\Theta_e} = 1 \div 2$  K/km) otteniamo una frequenza di oscillazione della particella sollevata all'altezza  $H$  pari a  $N^2 = 3 \div 6 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-2}$  (ovvero  $N = 5 \div 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) e supponendo un vento medio di 20 m/s gli ordini di grandezza del Froude number sono  $F = 1.5 \div 1$  e quindi siamo al limite del passaggio *sopra le montagne o attorno* (sopra per  $F \gg 1$ , o attorno per  $F < 1$ ). Questo si può evincere nell'approssimazione di Sheppard (1956) secondo la quale una particella spinta dal vento  $V$  contro una montagna trasforma l'energia cinetica in potenziale durante la salita<sup>2</sup>, arrivando a fermarsi (*stagnazione* con velocità nulla) proprio alla quota massima  $H_{max} \cong V/N = F \cdot H$ .

Per  $F < 1$  il sollevamento non è sufficiente a superare l'intera la montagna e quindi tutto il condensato (nube orografica) resta su quel versante, producendo un accumulo di precipitazione. Si parla in tal caso di *blocking*. Nel caso singolare  $F \cong 1$  una trattazione rigorosa non dovrebbe trascurare i termini non lineari.

<sup>2</sup>In realtà parte dell'energia viene convertita in perturbazione del campo di pressione, come spiegato ad esempio in Smith (1989).

Per un sondaggio “poco stabile” ( $B = 0.07\text{m/s}^2$ ) troviamo un'altezza massima raggiungibile di 5.7 km, mentre per uno più stabile ( $B = 0.15\text{m/s}^2$ ) l'altezza massima si riduce a 2.7 km. Con un vento dimezzato a  $V = 10\text{ m/s}$  e la stessa stabilità avremmo trovato un Froude number unitario ad altezze molto più basse (1.4 km e 0.7 km), vista la dipendenza quadratica, e quindi solo gli ostacoli più bassi potrebbero venire superati.

## Bibliografia

- Bolton, D., 1980: The computation of equivalent potential temperature. *Mon. Wea. Rev.*, **108**, 1046–1053.
- Buck, A. L., 1981: New equations for computing vapor pressure and enhancement factor, *Journ. of Appl. Met.*, **20**, 1527–1532.
- Colby, F. P., Jr., 1984. Convective inhibition as a predictor of convection during AVE–SESAME II, *Mon. Wea. Rev.*, **112**, 2239–2252.
- Davies, J. M., 1993: Hourly helicity, instability and EHI in forecasting supercell tornadoes. Preprints, *17th Conf. on Severe Local Storms*, Saint Louis, MO, AMS, 107–111.
- Davies–Jones, R., D. Burgess and M. Foster, 1990: Test of helicity as a tornado forecast parameter. Preprints, *16th Conf. on Severe Local Storms*, Kananaskis Park, Canada, AMS, 50–60.
- Doswell, C. A., III and E. Rasmussen, 1994. The effect of Neglecting the Virtual Temperature Correction on CAPE Calculations, *Wea. Forecasting*, **9**, 625–629.
- Galway, J.G., 1956: The lifted index as a predictor of latent instability, *Bull. AMS*, **37**, 528–529.
- George, J.J., 1960. *Weather Forecasting for Aeronautics*. Academic Press, 673pp.
- Gill, A. E., 1982: *Atmosphere–Ocean Dynamics*, Academic Press.
- Hanssen, A. W., and W. J. A. Kuipers, 1965. On the relationship between the frequency of rain and various meteorological parameters, *Meded. Verh.*, **81**, 2–15.
- Herlofson N., 1947: T, log p–diagram with Skew Coordinate Axes, *Meteor. Ann.*, **2**, 311–342.
- Iorio, R., and D. Ferrari, 1996. 1995 descriptive statistics on lightning activity over Italy obtained by means of the Italian lightning detection system "CESI SIRF". Proceedings, 23rd International Conference on Lightning Protection, Florence Italy, 191–196.
- Manzato, A., and G. M. Jr Morgan, 2003: Evaluating the sounding instability with the Lifted Parcel Theory, *Atmos. Res.*, ECSS 2002, **67–68**, 417–454.
- Manzato, A., 2003: A climatology of instability indices derived from Friuli Venezia Giulia soundings, using three different methods, *Atmos. Res.*, ECSS 2002, **67–68**, 455–473.

- Monin, A. S., and A. M. Obukov, 1954: Basic laws of turbulent mixing in the atmosphere near the ground. Trad. Akad. Nauk SSSR Geoph. Inst., No. 24(151), 1963–1987.
- Morgan, G. M. Jr, 1992. ThetaPlot, an Equivalent Potential Temperature Diagram, *Meteorol. Atmos. Phys.*, **47**, 259–265.
- Morgan, G. M. Jr., and J. Tuttle, 1982. Some experimental techniques for the study of the evolution of atmospheric thermodynamic instability. Paper presented at the Second International Conference on Hailstorms and Hail Suppression, Sofia, Bulgaria (Proceedings)
- Paluch, I. R., 1979: The Entrainment Mechanism in Colorado Cumuli, *Journ. of Atmos. Sci.*, **36**, 2467–2478.
- Richiardone, R., and F. Giusti 2001: On the stability criterion in a saturated atmosphere, *Journ. of Atmos. Sci.*, **58**, 2013–2017.
- Rossby, C. G., 1932: Thermodynamics applied to air analysis, MIT Meteorological Papers, **1**(3), 31-48.
- Sheppard, P. A., 1956: Airflow over mountains, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **82**, 528–529.
- Showalter, A. K., 1953: A stability index for thunderstorm forecasting, *Bull. AMS*, **34**, 250–252.
- Smith, RB, 1989: Hydrostatic flow over mountains. *Advances in Geophysics*, Academic Press, **31**, 1–41.
- Weickmann H. K., 1953. Observational data on the formation of precipitation in cumulonimbus clouds, *Thunderstorm Electricity*, University of Chicago Press, 66–138.

## Testi consigliati

- Bohren, C. F. and B. A. Albrecht, 1998: *Atmospheric Thermodynamics*, Oxford University Press.
- Emanuel K. A., 1994: *Atmospheric Convection*, Oxford University Press.
- Fea G., 1988: *Appunti di meteorologia fisica descrittiva e generale*, E.R.S.A. regione Emilia–Romagna.
- Iribarne, J. V. and W. L. Godson, 1981: *Atmospheric Thermodynamics*, D. Reidel.
- Pruppacher, H. R. and J. D. Klett, 1997: *Microphysics of Clouds and Precipitation*, Kluwer Academic Publishers.